

الصفحة		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026 - المسالك الدولية		الجمهورية المغربية ROYAUME DU MAROC  وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE المركز الوطني للامتحانات المدرسية وتقييم التعلّقات	
1					
10					
RS 24F		الموضوع			
4س	مدة الإنجاز	الرياضيات		المادة	
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)		الشعبة والمسلك	

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.
- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse(7.5 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte à l'analyse(2.5 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte aux nombres complexes(3.5 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte à l'arithmétique et aux probabilités...(3 pts)
- L'EXERCICE5 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 2	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

EXERCICE 1: (7.5 points)

Partie I:

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par : $g(t) = \ln(t) - (t - 1)$

Soit $x \in]0, +\infty[- \{1\}$

On considère la fonction h de la variable réelle t définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$h(t) = \frac{g(x)}{(x-1)^2} (t-1)^2 - g(t)$$

0.5 pt	1- Montrer que la fonction h est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que : $\forall t \in]0, +\infty[; h'(t) = \left(\frac{2g(x)}{(x-1)^2} + \frac{1}{t} \right) (t-1)$	
0.5 pt	2- En appliquant le théorème de Rolle à la fonction h , montrer qu'il existe un réel θ compris entre x et 1 tel que : $\frac{g(x)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{2\theta}$	
0.5 pt	3- Montrer que : $\frac{x+1- x-1 }{2} < \theta < \frac{x+1+ x-1 }{2}$	
0.25 pt	4- En déduire que : $\frac{-1}{x+1- x-1 } < \frac{g(x)}{(x-1)^2} < \frac{-1}{ x-1 +x+1}$	

Partie II:

Soient f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$f(1) = 1 \quad \text{et} \quad \forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[; f(x) = \left(\frac{\ln(x)}{x-1} \right)^2$$

et (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 3	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

1 pt	1- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.	
0.25 pt	1- b) Montrer que f est continue au point 1	
0.25 pt	2- a) Montrer que : $\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[;$ $\frac{f(x)-1}{x-1} = \left(1 + \frac{\ln(x)}{x-1} \right) \left(\frac{g(x)}{(x-1)^2} \right)$	
0.25 pt	2- b) En déduire que la fonction f est dérivable en 1	
0.25 pt	2- c) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1	
0.75 pt	3-a) Montrer que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$, et que : $\forall x \in]0, +\infty[- \{1\} ; f'(x) = \frac{2 \ln(x)}{x-1} \cdot \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$	
0.25 pt	3- b) Montrer que : $\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[; \frac{\ln(x)}{x-1} > 0$	

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 2	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

EXERCICE 1: (7.5 points)

Partie I:

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par : $g(t) = \ln(t) - (t - 1)$

Soit $x \in]0, +\infty[- \{1\}$

On considère la fonction h de la variable réelle t définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$h(t) = \frac{g(x)}{(x-1)^2} (t-1)^2 - g(t)$$

0.5 pt	1- Montrer que la fonction h est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que : $\forall t \in]0, +\infty[; h'(t) = \left(\frac{2g(x)}{(x-1)^2} + \frac{1}{t} \right) (t-1)$	
0.5 pt	2- En appliquant le théorème de Rolle à la fonction h , montrer qu'il existe un réel θ compris entre x et 1 tel que : $\frac{g(x)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{2\theta}$	
0.5 pt	3- Montrer que : $\frac{x+1- x-1 }{2} < \theta < \frac{x+1+ x-1 }{2}$	
0.25 pt	4- En déduire que : $\frac{-1}{x+1- x-1 } < \frac{g(x)}{(x-1)^2} < \frac{-1}{ x-1 +x+1}$	

Partie II:

Soient f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$f(1) = 1 \text{ et } \forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[; f(x) = \left(\frac{\ln(x)}{x-1} \right)^2$$

et (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 3	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

1 pt	1- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.	
0.25 pt	1- b) Montrer que f est continue au point 1	
0.25 pt	2- a) Montrer que : $\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[;$ $\frac{f(x)-1}{x-1} = \left(1 + \frac{\ln(x)}{x-1} \right) \left(\frac{g(x)}{(x-1)^2} \right)$	
0.25 pt	2- b) En déduire que la fonction f est dérivable en 1	
0.25 pt	2- c) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1	
0.75 pt	3-a) Montrer que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$, et que : $\forall x \in]0, +\infty[- \{1\} ; f'(x) = \frac{2\ln(x)}{x-1} \cdot \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$	
0.25 pt	3- b) Montrer que : $\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[; \frac{\ln(x)}{x-1} > 0$	

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 4	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

0.5 pt	3- c) Montrer que la fonction g est négative sur l'intervalle $]0, +\infty[$ puis en déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $]0, +\infty[$	
--------	--	--

0.25 pt	4- Montrer que le réel 1 est la seule solution de l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$	
---------	---	--

0.75 pt	5- Représenter la tangente (T) et la courbe (C) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$	
---------	--	--

0.25 pt	6- a) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que l'équation $f(x) = n$ admet une solution unique x_n sur l'intervalle $]0, 1[$	
---------	---	--

0.5 pt	6- b) Montrer que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 0$	
--------	--	--

0.5 pt	6- c) Vérifier que : $\forall n \in \mathbb{N}^* ; \sqrt{n} = \frac{\ln(x_n)}{x_n - 1}$ puis en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n \sqrt{n}$	
--------	---	---

EXERCICE 2 : (2.5 points)

Soit φ une fonction dérivable sur l'intervalle $[0, 1]$ telle que sa dérivée φ' est continue sur cet intervalle.

0.5 pt	1- Montrer que pour tout entier naturel non nul n , on a : $\int_0^1 x^n \varphi(x) dx = \frac{\varphi(1)}{n+1} + \int_0^1 x^n (\varphi(x) - \varphi(1)) dx$	
--------	--	--

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 5	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

0.5 pt	2- Montrer que : $\exists M \in \mathbb{R}^+ \forall x \in [0, 1] ; \varphi'(x) \leq M$	
--------	---	---

0.5 pt	3- Montrer que : $\forall x \in [0, 1] ; \varphi(x) - \varphi(1) \leq M(1-x)$	
--------	---	---

0.5 pt	4- En déduire que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \int_0^1 x^n \varphi(x) dx = \varphi(1)$	
--------	--	---

5- On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies respectivement, pour tout entier naturel n ,

$$\text{par : } u_n = \int_0^1 \frac{nt^n}{1+2t} dt \text{ et } v_n = 2^{n+1} n \int_0^{\frac{1}{2}} x^n \text{Arctan}(2x) dx$$

0.5 pt	En utilisant le résultat de la question 4., calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	
--------	---	---

EXERCICE 3 : (3.5 points)

Soit $m \in \mathbb{C}^* - \{1, -i\}$

Partie I :

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation suivante d'inconnue z

$$(E_m) : z^3 - (1 + (1+i)m)z^2 + ((1+i)m + im^2)z - im^2 = 0$$

0.25 pt	1- Montrer que les nombres complexes 1 et m sont des solutions de l'équation (E_m)	
---------	--	---

0.25 pt	2- En déduire l'ensemble de solutions de l'équation (E_m)	
---------	---	---

Partie II :

On suppose que : $m \in \mathbb{C} - \{-i, i, -1, 1\}$ et $|m| = 1$

A.

0.5 pt	1- Montrer que : $\left(\frac{m+i}{1+im}\right) - \left(\frac{m+i}{1+im}\right) = 0 \text{ et } \left(\frac{\bar{m}+1}{\bar{m}-1}\right) + \left(\frac{m+1}{m-1}\right) = 0$ (Remarquer que : $m\bar{m} = 1$)	
0.25 pt	2- Montrer que : $(1+i)\left(\frac{m-1}{m+i}\right)$ est un imaginaire pur.	

B. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C, E et F d'affixes respectives $a = m$, $b = 1$, $c = im$, $e = \frac{1}{2}(1+i)(m-i)$ et $f = \frac{1}{2}(1+i)(1+m)$

0.5 pt	1- a) Montrer que : $\frac{e-c}{e-b} = -i \cdot \left(\frac{m+1}{m-1}\right)$	
0.25 pt	1- b) En déduire que $E \in (BC)$	
0.5 pt	2- a) Montrer que : $\frac{e-a}{c-b} = \frac{1}{2}(1+i) \cdot \left(\frac{m-1}{m+i}\right)$	
0.25 pt	2- b) En déduire que $(AE) \perp (BC)$	

0.25 pt	3- a) Montrer que : $\frac{f-c}{f-a} = -i \cdot \left(\frac{m+i}{1+im}\right)$	
0.5 pt	3- b) En déduire que les points A, E, C et F sont cocycliques.	

EXERCICE 4 : (3 points)

Partie I :

On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $5x - 6y = 2$

0.25 pt	1- Montrer que l'ensemble des solutions de l'équation (E) est $\{(4+6k, 3+5k) / k \in \mathbb{Z}\}$	
2- Soit (x, y) une solution de l'équation (E) et d le plus grand diviseur commun des nombres x et y		
0.25 pt	2- a) Quelles sont les valeurs possibles de d ?	
0.25 pt	2- b) Déterminer les couples (x, y) pour lesquels $d = 1$	

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 10	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

0.25 pt	2- b) En déduire que $(E, \times)$ est un groupe commutatif.	
---------	--	---

3- On prend dans cette question $a = 5$ et on pose :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{25} & -\frac{24}{25} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{25} \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 25 & 24 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$$

0.5 pt	3- a) Vérifier que $A \in E$ et $B \in E$	
--------	---	---

0.75 pt	3- b) Résoudre dans E l'équation : $A^5 \times X^6 = B^{2026}$	
---------	--	--

4- On munit E de la loi de composition interne T définie par :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; M(x) T M(y) = M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}xy\right)$$

0.5 pt	4- a) Montrer que $(E - \{I\}, T)$ est un groupe commutatif.	
--------	--	---

0.5 pt	4- b) Montrer que $(E, \times, T)$ est un corps commutatif.	
--------	---	---

FIN

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 8	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

Partie II :

1- Soient $n \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^* - \{1\}$ et $p \in \mathbb{N}$

On considère l'écriture de n dans le système de numération de base b :

$$n = \sum_{i=0}^p a_i b^i \text{ avec } \forall i \in \{0, \dots, p\} \quad (a_i \in \mathbb{N}, 0 \leq a_i < b) \text{ et } a_p \neq 0$$

On pose : $S_b(n) = \sum_{i=0}^p a_i$

(la somme des chiffres représentant n dans le système de numération de base b)

0.5 pt	Montrer que : $S_b(n) \equiv n \pmod{b-1}$	
--------	--	--

2- Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que le couple $(S_5(n), S_6(n))$ est une solution de l'équation (E) avec $S_5(n)$ et $S_6(n)$ premiers entre eux

0.25 pt	2- a) Montrer que $\begin{cases} n \equiv 0 \pmod{4} \\ n \equiv 3 \pmod{5} \end{cases}$	
---------	--	--

0.25 pt	2- b) En déduire que $n \equiv 8 \pmod{20}$	
---------	---	---

0.5 pt	3- a) Calculer $S_5(28)$ et $S_6(28)$	
--------	---------------------------------------	--

0.25 pt	3- b) Le couple $(S_5(28), S_6(28))$ est-il une solution de l'équation (E) ? Justifier votre réponse	
---------	--	--

الصفحة	موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2026	RS 24F
10 / 9	المسالك الدولية مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

Partie III :

On considère une urne contenant 25 boules numérotées de 1 à 25 et indiscernables au toucher. On tire successivement et avec remise deux boules de cette urne et on note le couple (x, y) obtenu où x est le numéro de la première boule tirée et y est le numéro de la deuxième boule tirée.

Soit V l'événement : « le couple (x, y) obtenu est une solution de l'équation (E) »

0.25 pt	1- Montrer que la probabilité de l'événement V est : $p = 64 \cdot 10^{-4}$	
---------	---	---

2- On répète cette expérience 10 fois successives en remettant les boules tirées dans l'urne après chaque tirage.

0.25 pt	Calculer la probabilité de la réalisation de l'événement V exactement deux fois. (Le développement des calculs n'est pas demandé)	
---------	--	---

EXERCICES : (3.5 points)

On rappelle que $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau unitaire non commutatif de zéro la matrice

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et d'unité la matrice } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Soit $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

$$\text{Pour tout réel } x, \text{ on pose } M(x) = \begin{pmatrix} a^x & a^x - 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a^x \end{pmatrix}$$

On considère l'ensemble : $E = \{M(x) / x \in \mathbb{R}\}$

0.5 pt	1- Montrer que E est stable dans $(M_3(\mathbb{R}), \times)$	
--------	--	---

2- Soit φ l'application définie de $\mathbb{R}$ vers $M_3(\mathbb{R})$ par : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; \varphi(x) = M(x)$

0.5 pt	2- a) Montrer que φ est un isomorphisme de $(\mathbb{R}, +)$ vers $(E, \times)$	
--------	---	---