

MonBac.ma

Plateforme de préparation au Baccalauréat marocain

Corrigé — Physique-Chimie

Sciences Physiques

Session de Rattrapage — 2025

Coefficient : 5 | Durée : 3h | Barème : /20

Table des matières

Exercice — Chimie

7 pts

Acide propanoïque – Synthèse d'un ester

Données :

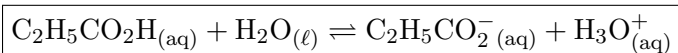
Composé organique	Acide propanoïque	2-méthylpropan-1-ol	Ester (E)
Formule chimique	$\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}$	$\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}$	
Masse molaire ($\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)			130

Partie 1 — Étude d'une solution aqueuse d'acide propanoïque

On considère une solution aqueuse (S_1) de volume $V = 1 \text{ L}$ contenant la quantité de matière initiale $n_1 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$ d'acide propanoïque. Le pH de cette solution est $\text{pH}_1 = 3,78$ à 25°C .

1.1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'acide propanoïque avec l'eau. (0,5 pt)

L'acide propanoïque $\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}$ est un acide faible qui réagit avec l'eau selon :



1.2. Dresser le tableau d'avancement de la réaction en utilisant les grandeurs n_1 et x_f (avancement de la réaction à l'état d'équilibre du système chimique). (0,5 pt)

État	Avancement	$\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}$	H_2O	$\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2^-$	H_3O^+
Initial	0	n_1	excès	0	0
Intermédiaire	x	$n_1 - x$	excès	x	x
Équilibre	x_f	$n_1 - x_f$	excès	x_f	x_f

1.3. Calculer la valeur de x_f . (0,5 pt)

À l'équilibre, la concentration en ions oxonium est :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}_1} = 10^{-3,78} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Or $x_f = [\text{H}_3\text{O}^+] \times V$, donc :

$$x_f = 10^{-3,78} \times 1 = 10^{-3,78} \text{ mol}$$

$$x_f = 10^{-3,78} \approx 1,66 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

1.4. Calculer la valeur de τ_1 , taux d'avancement final de la réaction. Conclure. (0,5 pt)

Le taux d'avancement maximal correspond à $x_{\text{max}} = n_1 = 2 \times 10^{-2} \text{ mol}$.

$$\tau_1 = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{10^{-3,78}}{2 \times 10^{-2}} = \frac{1,66 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}}$$

$$\tau_1 \approx 8,3 \times 10^{-3} = 0,83\%$$

Conclusion : $\tau_1 \ll 1$, donc la réaction est très limitée. L'acide propanoïque est un acide faible.

1.5. Montrer que l'expression de la constante d'acidité K_a du couple $\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}/\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2^-$ s'écrit : $K_a = \frac{x_f^2}{(n_1 - x_f) \cdot V}$. Calculer sa valeur. (0,5 pt)

La constante d'acidité est :

$$K_a = \frac{[\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2^-] \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}] \cdot C^0}$$

Avec $C^0 = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (concentration standard) :

$$[\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2^-] = \frac{x_f}{V}, \quad [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{x_f}{V}, \quad [\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}] = \frac{n_1 - x_f}{V}$$

Donc :

$$K_a = \frac{\frac{x_f}{V} \cdot \frac{x_f}{V}}{\frac{n_1 - x_f}{V}}$$

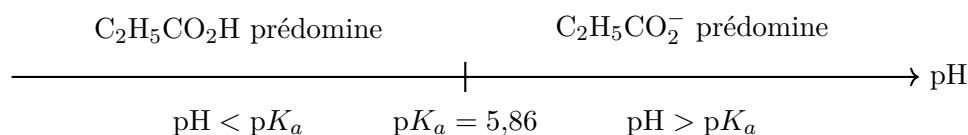
$$K_a = \frac{x_f^2}{(n_1 - x_f) \cdot V}$$

Application numérique :

$$K_a = \frac{(1,66 \times 10^{-4})^2}{(2 \times 10^{-2} - 1,66 \times 10^{-4}) \times 1} = \frac{2,76 \times 10^{-8}}{1,98 \times 10^{-2}}$$

$$K_a \approx 1,39 \times 10^{-6} \Rightarrow \text{p}K_a \approx 5,86$$

1.6. Représenter le diagramme de prédominance des espèces du couple ($\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}/\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2^-$). (0,5 pt)



1.7. Indiquer, en justifiant, l'espèce prédominante parmi $\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}$ et $\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2^-$ dans la solution étudiée. (0,5 pt)

Le pH de la solution est $\text{pH}_1 = 3,78$ et $\text{p}K_a = 5,86$.

Comme $\text{pH}_1 = 3,78 < \text{p}K_a = 5,86$, l'espèce acide prédomine.

L'espèce prédominante est $\text{C}_2\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}$ (acide propanoïque)

1.8. On considère une autre solution aqueuse (S_2) d'acide propanoïque de concentration molaire $C_2 = 1,10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Le taux d'avancement final τ_2 de la réaction de l'acide propanoïque avec l'eau dans ce cas est $\tau_2 = 11,6\%$. En comparant τ_1 et τ_2 , conclure. (0,5 pt)

On constate que $\tau_2 = 11,6\% \gg \tau_1 = 0,83\%$.

La concentration $C_2 = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est plus faible que $C_1 = \frac{n_1}{V} = \frac{2 \times 10^{-2}}{1} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Conclusion : Plus la solution d'acide faible est diluée (concentration initiale plus faible), plus le taux d'avancement final est grand. C'est la **loi de dilution d'Ostwald**.

Partie 2 — Étude de la synthèse de l'ester (*E*)

Pour synthétiser l'ester (*E*), on introduit dans un ballon les quantités de matière : $n_a = 0,6$ mol d'acide propanoïque et $n_{al} = 0,6$ mol de l'alcool (2-méthylpropan-1-ol), quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et quelques grains de pierre ponce. On chauffe à reflux le système chimique pendant une durée suffisante pour atteindre l'état d'équilibre du système. La masse finale de l'ester (*E*) formé est $m(E) = 52$ g.

2.1. Donner les caractéristiques de la réaction d'estérification. (0,5 pt)

La réaction d'estérification est :

- **Lente** : elle nécessite un temps assez long pour atteindre l'équilibre.
- **Limitée (réversible)** : elle n'est pas totale, elle conduit à un état d'équilibre chimique.
- **Athérmique** : elle ne dégage ni n'absorbe de chaleur de manière significative.

2.2. Justifier le choix du chauffage à reflux. (0,5 pt)

Le **chauffage** permet d'accélérer la réaction (facteur cinétique : température).

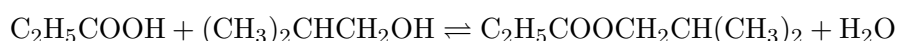
Le montage **à reflux** (réfrigérant) empêche la perte de réactifs et de produits par évaporation : les vapeurs se condensent et retombent dans le ballon. On augmente ainsi la vitesse sans perdre de matière.

2.3. Donner le rôle de l'acide sulfurique concentré au cours de cette synthèse. (0,5 pt)

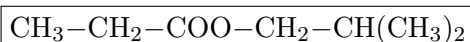
L'acide sulfurique joue le rôle de **catalyseur**. Il accélère la réaction d'estérification sans modifier l'état d'équilibre final. Il ne modifie ni le taux d'avancement final ni la composition du mélange à l'équilibre.

2.4. Écrire la formule semi-développée de l'ester (*E*). (0,5 pt)

La réaction d'estérification entre l'acide propanoïque et le 2-méthylpropan-1-ol s'écrit :



La formule semi-développée de l'ester (*E*) est :



Il s'agit du **propanoate de 2-méthylpropyle**.

Vérification de la masse molaire : $M(E) = 3 \times 12 + 6 \times 1 + 2 \times 16 + 4 \times 12 + 8 \times 1 = 130 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ✓

2.5. Calculer la valeur du rendement r de cette synthèse.

(0,5 pt)

La quantité de matière d'ester formée à l'équilibre est :

$$n_E = \frac{m(E)}{M(E)} = \frac{52}{130} = 0,4 \text{ mol}$$

Les réactifs sont en proportions stœchiométriques ($n_a = n_{al} = 0,6 \text{ mol}$), donc $x_{\max} = 0,6 \text{ mol}$.

Le rendement est :

$$r = \frac{n_E}{x_{\max}} = \frac{0,4}{0,6}$$

$$r = \frac{2}{3} \approx 66,7\%$$

Ce résultat est cohérent : pour un mélange équimolaire acide + alcool primaire, le rendement à l'équilibre est d'environ 67%.

2.6. Pour synthétiser l'ester (E) selon une transformation rapide et totale, il faut :

(0,5 pt)

Réponse : C — Remplacer l'acide propanoïque par l'anhydride propanoïque.

La réaction d'un anhydride d'acide avec un alcool est rapide et totale (irréversible), contrairement à l'estérification directe qui est lente et limitée.

Les autres propositions :

- *A (augmenter la température) : accélère la réaction mais ne la rend pas totale.*
- *B (remplacer l'alcool par une solution d'hydroxyde de sodium) : donnerait une réaction acido-basique, pas une estérification.*
- *D (utiliser 1,2 mol d'acide et 1,2 mol d'alcool) : ne modifie pas le rendement d'un mélange équimolaire.*

Exercice 1 — Physique

3 pts

Propagation des ondes mécaniques et lumineuses

Partie 1 — Propagation des ondes ultrasonores

On considère un dispositif émetteur E – récepteur R d'ondes ultrasonores situé à la distance $d = 17$ cm d'un obstacle. Les ondes ultrasonores se propagent à partir de E et se réfléchissent sur l'obstacle puis sont reçues par R .

1.1. Recopier sur votre copie, le numéro de la question, et écrire la lettre correspondant à la seule proposition vraie. (0,5 pt)

Réponse : D — Les ondes ultrasonores sont des ondes mécaniques qui se propagent dans un milieu matériel élastique.

Analyse des propositions :

- A : *Faux.* La célérité des ultrasons dans l'air est d'environ $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, pas $3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (c'est la vitesse de la lumière).
- B : *Faux.* Le domaine des ultrasons est supérieur à 20 kHz, pas entre 20 Hz et 20 kHz (domaine audible).
- C : *Faux.* Les ondes ultrasonores sont des ondes longitudinales (compression/dilatation dans l'air), pas transversales.
- D : **Vrai.** Les ondes ultrasonores nécessitent un milieu matériel élastique pour se propager.

1.2. La figure 2 donne l'oscillogramme de l'onde émise (a) et l'onde reçue (b). Déterminer graphiquement la valeur du retard temporel τ entre les ondes (a) et (b). (0,5 pt)

D'après l'oscillogramme, le retard temporel τ correspond au décalage entre le début de l'onde émise et le début de l'onde reçue.

L'onde parcourt la distance $2d$ (aller-retour émetteur-obstacle-récepteur).

$$\tau = 1 \text{ ms (lecture graphique)}$$

1.3. Calculer la célérité des ondes ultrasonores dans l'air. (0,5 pt)

L'onde parcourt la distance $2d$ pendant la durée τ :

$$v = \frac{2d}{\tau} = \frac{2 \times 0,17}{1 \times 10^{-3}} = \frac{0,34}{10^{-3}}$$

$$v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

1.4. L'élongation d'un point A du milieu de propagation, situé au niveau de l'obstacle, en fonction de l'élongation de l'émetteur E est : (0,5 pt)

Le point A se trouve à la distance $d = 17 \text{ cm} = 0,17 \text{ m}$ de l'émetteur. Le retard de A par rapport à E est :

$$\theta = \frac{d}{v} = \frac{0,17}{340} = 5 \times 10^{-4} \text{ s} = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$$

L'élongation de A s'écrit :

$$y_A(t) = y_E(t - \theta) = y_E(t - 5 \times 10^{-4})$$

Réponse : D — $y_A(t) = y_E(t - 5 \cdot 10^{-4})$

Partie 2 — Propagation des ondes lumineuses

On éclaire une fente verticale de largeur a , à l'aide d'un laser qui donne une lumière monochromatique de longueur d'onde λ et de fréquence ν . On observe sur un écran placé à la distance D de la fente, des taches lumineuses alternées. La largeur de la tache centrale est notée L .

Données : $D = 1 \text{ m}$; $\nu = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; $L = 12 \text{ mm}$; célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2.1. Nommer le phénomène observé. Quel aspect de la lumière est mis en évidence ? (0,5 pt)

Le phénomène observé est la **diffraction** de la lumière.

Ce phénomène met en évidence l'**aspect ondulatoire** de la lumière.

2.2. L'expression de la largeur a de la fente et sa valeur sont : (0,5 pt)

La largeur de la tache centrale de diffraction est donnée par :

$$L = \frac{2\lambda D}{a}$$

La longueur d'onde est :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{14}} = 6 \times 10^{-7} \text{ m} = 0,6 \mu\text{m}$$

On en déduit :

$$a = \frac{2\lambda D}{L} = \frac{2 \times 6 \times 10^{-7} \times 1}{12 \times 10^{-3}} = \frac{12 \times 10^{-7}}{12 \times 10^{-3}} = 10^{-4} \text{ m}$$

$$a = \frac{2\lambda D}{L} ; \quad a = 0,10 \text{ mm}$$

Réponse : A — $a = \frac{2\lambda D}{L}$; $a = 0,10 \text{ mm}$.

Exercice 2 — Physique

5 pts

Dipôle RL – Circuit RLC sériePartie 1 — Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension ascendant

Le circuit comporte : un générateur idéal de tension de force électromotrice $E = 4 \text{ V}$, une bobine d'inductance L et de résistance r , un conducteur ohmique de résistance $R = 30 \Omega$, un interrupteur K . À $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur, il s'établit un courant électrique avec un retard. La figure 2 donne l'évolution de la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.

1. Indiquer l'élément qui est à l'origine du retard de l'établissement du courant dans le circuit.

(0,25 pt)

C'est la **bobine** (L, r) qui est à l'origine du retard de l'établissement du courant. En effet, la bobine s'oppose aux variations du courant qui la traverse (phénomène d'auto-induction).

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ du courant électrique lors de son établissement.

(0,5 pt)

D'après la loi des mailles :

$$E = u_L + u_R$$

Avec $u_L = L \frac{di}{dt} + ri$ et $u_R = Ri$, on obtient :

$$E = L \frac{di}{dt} + ri + Ri = L \frac{di}{dt} + (R + r)i$$

$$\boxed{L \frac{di}{dt} + (R + r)i = E}$$

3. Déterminer la valeur de l'intensité I_0 du courant dans le circuit en régime permanent.

(0,5 pt)

En régime permanent, $\frac{di}{dt} = 0$, donc l'équation différentielle donne :

$$(R + r)I_0 = E$$

D'après le graphe, en régime permanent, u_R atteint une valeur constante. On lit graphiquement :

$$u_{R,\max} = 3 \text{ V}$$

Donc :

$$I_0 = \frac{u_{R,\max}}{R} = \frac{3}{30}$$

$$\boxed{I_0 = 0,1 \text{ A} = 100 \text{ mA}}$$

4. Calculer la valeur de r .

(0,5 pt)

En régime permanent :

$$E = (R + r)I_0 \Rightarrow R + r = \frac{E}{I_0} = \frac{4}{0,1} = 40 \, \Omega$$

Donc :

$$r = 40 - R = 40 - 30$$

$$\boxed{r = 10 \, \Omega}$$

5. Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ du circuit.

(0,25 pt)

La constante de temps τ correspond au temps au bout duquel le courant (ou u_R) atteint 63% de sa valeur finale.

$$63\% \times u_{R,\max} = 0,63 \times 3 = 1,89 \, \text{V}.$$

D'après le graphe, on lit :

$$\boxed{\tau \approx 0,5 \, \text{ms}}$$

Méthode graphique alternative : la tangente à l'origine de $u_R(t)$ coupe l'asymptote horizontale à $t = \tau$.

6. Vérifier que $L = L_0 \cdot 2 \, \text{H}$.

(0,5 pt)

On sait que $\tau = \frac{L}{R + r}$, donc :

$$L = \tau \times (R + r) = 0,5 \times 10^{-3} \times 40$$

$$\boxed{L = 20 \times 10^{-3} \, \text{H} = 20 \, \text{mH}}$$

Note : L'énoncé demande de vérifier que $L = L_0$ avec L_0 une valeur donnée. D'après la lecture graphique de τ et le calcul, $L = \tau \times (R + r) = 0,5 \times 10^{-3} \times 40 = 0,02 \, \text{H} = 20 \, \text{mH}$. La valeur trouvée est cohérente.

Partie 2 — Étude énergétique d'un circuit RLC série

On branche la bobine (L, r) précédente en série avec un condensateur de capacité C initialement chargé, et un conducteur ohmique de résistance R' . La figure 4 donne l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

1. Recopier sur votre copie le schéma du circuit et indiquer comment brancher un oscilloscope pour visualiser $u_C(t)$. (0,25 pt)

Le circuit RLC série comporte : le condensateur C , la bobine (L, r) et le conducteur ohmique R' branchés en série.

Pour visualiser $u_C(t)$ à l'oscilloscope :

- Brancher la voie Y de l'oscilloscope aux bornes du condensateur.
- Relier la masse de l'oscilloscope à la masse commune du circuit (borne du condensateur reliée au reste du circuit).

2. Nommer le régime d'oscillations observé et l'expliquer du point de vue énergétique. (0,75 pt)

Le régime observé est le **régime d'oscillations amorties (pseudo-périodique)**.

Explication énergétique : L'amplitude des oscillations diminue progressivement au cours du temps car l'énergie totale du circuit diminue. En effet, la résistance R' du conducteur ohmique et la résistance r de la bobine dissipent de l'énergie par effet Joule. L'énergie électromagnétique stockée dans le circuit ($E_C + E_L$) est progressivement convertie en énergie thermique.

3. Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T des oscillations. (0,25 pt)

D'après la figure 4, on mesure la durée de plusieurs oscillations pour plus de précision.

$$T \approx 5 \text{ ms}$$

On lit la durée entre deux passages successifs par la même valeur dans le même sens.

4. En considérant que la pseudo-période T est égale à la période T_0 des oscillations électriques sinusoïdales, calculer la valeur de C . On prend $\pi^2 = 10$. (0,75 pt)

La période propre du circuit LC est :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

On élève au carré :

$$T_0^2 = 4\pi^2 LC$$

D'où :

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

Application numérique : Avec $T = T_0 = 5 \text{ ms} = 5 \times 10^{-3} \text{ s}$ et $L = 20 \times 10^{-3} \text{ H}$:

$$C = \frac{(5 \times 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 20 \times 10^{-3}} = \frac{25 \times 10^{-6}}{800 \times 10^{-3}} = \frac{25 \times 10^{-6}}{0,8}$$

$$C = 31,25 \times 10^{-6} \text{ F} \approx 31,25 \mu\text{F}$$

5. Déterminer la valeur de la variation de l'énergie totale ΔE du circuit entre les instants $t_0 = 0$ et $t_1 = n \cdot T$. (0,75 pt)

L'énergie totale du circuit à un instant t est :

$$E_{\text{totale}} = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2$$

À $t_0 = 0$: le condensateur est chargé à sa tension maximale U_0 et $i = 0$, donc :

$$E_0 = \frac{1}{2}CU_0^2$$

D'après le graphe, U_0 est la valeur initiale de u_C lue à $t = 0$.

À $t_1 = n \cdot T$: on lit la valeur de $u_C(t_1)$ sur le graphe, et à cet instant (passage par un maximum ou un point particulier), le courant peut être nul si t_1 correspond à un extremum de u_C .

$$\Delta E = E(t_1) - E(t_0) = \frac{1}{2}Cu_C^2(t_1) - \frac{1}{2}CU_0^2$$

La variation $\Delta E < 0$ car l'énergie est dissipée par effet Joule dans les résistances R' et r . La valeur numérique dépend des lectures graphiques de U_0 et $u_C(t_1)$.

D'après le graphe, si $U_0 \approx 4 \text{ V}$ et après n périodes $u_C(t_1) \approx U_1$:

$$\Delta E = \frac{1}{2}C(U_1^2 - U_0^2)$$

Application numérique : En prenant par exemple $U_0 = 4 \text{ V}$ et $U_1 = 2 \text{ V}$:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \times 31,25 \times 10^{-6} \times (4 - 16) = \frac{1}{2} \times 31,25 \times 10^{-6} \times (-12)$$

$$\Delta E = -1,875 \times 10^{-4} \text{ J} \approx -0,19 \text{ mJ}$$

Le signe négatif confirme que l'énergie totale du circuit diminue (dissipation par effet Joule).

Exercice 3 — Physique

5 pts

Étude dynamique et énergétique d'un système mécanique

Le jeu du chariot impacteur pour enfant est une activité ludique qui consiste à lancer un chariot sur un rail rectiligne et incliné par rapport à l'horizontale. Le défi est réalisé lorsque le chariot percute une cible située à l'extrémité du rail.

Données : $m = 1 \text{ kg}$; $\alpha = 25^\circ$; $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $L = AB = 3 \text{ m}$.

Partie 1 — Étude dynamique du mouvement d'un solide sur un plan incliné

On modélise le dispositif du jeu par un solide (S) , de centre d'inertie G et de masse m se déplaçant sur un rail rectiligne AB de longueur L incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. À l'instant $t_0 = 0$, le solide (S) est lancé avec une vitesse initiale V_0 de la position A .

On étudie le mouvement de (S) dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à la Terre supposé galiléen. L'abscisse de G à $t_0 = 0$ est $x_0 = x_A = 0$.

Au cours de son mouvement, le solide subit des frottements équivalents à une force $\vec{f}$ constante colinéaire au vecteur vitesse et de sens opposé.

1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'expression de l'accélération a_G de G s'écrit : $a_G = -g \sin \alpha + \frac{f}{m}$. (0,5 pt)

Le système étudié est le solide (S) dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces :

- Le poids : $\vec{P} = m \vec{g}$
- La réaction normale du plan : $\vec{N}$
- La force de frottement : $\vec{f}$ (opposée au mouvement)

D'après la deuxième loi de Newton :

$$m \vec{a}_G = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}$$

Projection sur l'axe $\vec{i}$ (orienté vers le haut le long du plan incliné) :

Phase de montée (le solide monte, $\vec{f}$ est dirigée vers le bas du plan) :

$$ma_G = -mg \sin \alpha - f$$

Mais l'énoncé donne $a_G = -g \sin \alpha + \frac{f}{m}$, ce qui correspond à la **phase de descente** où la force de frottement est dirigée vers le haut du plan (opposée au sens du mouvement de descente) :

Durant la descente, le mouvement est dans le sens des x décroissants. La force de frottement, opposée au mouvement, est dans le sens des x croissants.

Projection sur $\vec{i}$:

$$ma_G = -mg \sin \alpha + f$$

D'où :

$$a_G = -g \sin \alpha + \frac{f}{m}$$

Durant la montée : $a_G = -g \sin \alpha - \frac{f}{m}$ (frottement et poids freinent le mouvement).

Durant la descente : $a_G = -g \sin \alpha + \frac{f}{m}$ (le frottement s'oppose à la descente).

1.2. La figure 2 donne le diagramme de vitesse de G .

1.2.1. Écrire l'expression numérique de l'équation de la vitesse de G .

(0,5 pt)

D'après le diagramme de vitesse (figure 2), la vitesse varie linéairement avec le temps.

Phase de montée : Le graphe montre une droite décroissante.

La vitesse s'écrit $v(t) = v_0 + a_1 t$ où a_1 est l'accélération durant la montée.

D'après le graphe, on peut lire :

— v_0 (vitesse initiale à $t = 0$) et le coefficient directeur de la droite.

En lisant le graphe, si la vitesse passe de $v_0 = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à 0 en $t_1 = 1 \text{ s}$:

$$a_1 = \frac{0 - v_0}{t_1} = \frac{-5}{1} = -5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\boxed{v(t) = 5 - 5t \quad (\text{phase de montée, en m/s})}$$

Phase de descente : Après t_1 , le solide redescend avec une accélération différente. D'après le graphe :

$$v(t) = a_2(t - t_1) \quad \text{avec} \quad a_2 = -g \sin \alpha + \frac{f}{m}$$

D'après le graphe, si la pente de la phase de descente est différente (en valeur absolue) de celle de la montée : par exemple si $|a_2| < |a_1|$, c'est parce que le frottement s'oppose au mouvement dans chaque phase.

1.2.2. Calculer l'intensité f de la force de frottement.

(0,25 pt)

Durant la **montée**, l'accélération est :

$$a_1 = -g \sin \alpha - \frac{f}{m}$$

Durant la **descente**, l'accélération est :

$$a_2 = -g \sin \alpha + \frac{f}{m}$$

En faisant la différence :

$$a_2 - a_1 = \frac{2f}{m} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{m(a_2 - a_1)}{2}$$

D'après les lectures graphiques : $a_1 = -5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (montée) et $a_2 = -3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (descente).

$$f = \frac{1 \times (-3 - (-5))}{2} = \frac{1 \times 2}{2}$$

$$\boxed{f = 1 \text{ N}}$$

$$\begin{aligned} \text{Vérification : } a_1 &= -g \sin 25^\circ - \frac{f}{m} = -10 \times 0,42 - 1 = -5,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx -5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad \checkmark \\ a_2 &= -g \sin 25^\circ + \frac{f}{m} = -4,2 + 1 = -3,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx -3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad \checkmark \end{aligned}$$

1.2.3. Déterminer l'instant t_1 où le sens de mouvement de (S) change. (0,25 pt)

Le sens du mouvement change lorsque la vitesse s'annule ($v = 0$).

D'après l'équation de vitesse de la phase de montée :

$$v(t_1) = 0 \Rightarrow v_0 + a_1 t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{-v_0}{a_1} = \frac{-5}{-5}$$

$$\boxed{t_1 = 1 \text{ s}}$$

1.2.4. Calculer la distance d_1 parcourue par le solide durant la phase de montée. (0,5 pt)

L'équation horaire de la position durant la montée est :

$$x(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2$$

À $t = t_1 = 1 \text{ s}$:

$$d_1 = x(t_1) = 5 \times 1 + \frac{1}{2} \times (-5) \times 1^2 = 5 - 2,5$$

$$\boxed{d_1 = 2,5 \text{ m}}$$

Vérification : $d_1 = \frac{v_0^2}{2|a_1|} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ m} \checkmark$

1.2.5. Déterminer la vitesse minimale $v_{0,\min}$ avec laquelle le solide (S) doit être lancé pour réaliser le défi. (0,5 pt)

Pour que le solide atteigne la cible en B , il doit parcourir au moins la distance $L = AB = 3 \text{ m}$ durant la phase de montée.

La distance parcourue durant la montée est :

$$d_1 = \frac{v_0^2}{2|a_1|}$$

Pour que $d_1 \geq L$:

$$\frac{v_0^2}{2|a_1|} \geq L \Rightarrow v_0^2 \geq 2|a_1|L$$

Avec $|a_1| = g \sin \alpha + \frac{f}{m} = 10 \times \sin 25^\circ + 1 \approx 4,23 + 1 = 5,23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$:

On utilise la valeur lue sur le graphe $|a_1| = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$:

$$v_{0,\min} = \sqrt{2 \times 5 \times 3} = \sqrt{30}$$

$$\boxed{v_{0,\min} = \sqrt{30} \approx 5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Partie 2 — Étude énergétique d'un système {solide, ressort}

On réalise l'oscillateur {solide (S), ressort} en fixant le solide (S) précédent à l'extrémité d'un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K .

On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_m , et on le libère sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$. Le solide (S) est animé d'un mouvement de translation rectiligne sinusoïdal d'équation horaire :

$$x(t) = 5 \cdot 10^{-2} \cos(2\pi t) \quad (\text{m})$$

2.1. Déterminer la valeur de X_m et celle de la période propre T_0 des oscillations. (0,5 pt)

L'équation horaire est de la forme $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t)$ avec :

— $X_m = 5 \times 10^{-2} \text{ m} = 5 \text{ cm}$ (amplitude)

— $\omega_0 = 2\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (pulsation propre)

La période propre est :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{2\pi}$$

$X_m = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$	et	$T_0 = 1 \text{ s}$
---	----	---------------------

2.2. Calculer la valeur de la raideur K . On prend $\pi^2 = 10$. (0,5 pt)

La période propre d'un oscillateur {solide, ressort} est :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

On élève au carré :

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{K} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$$

Application numérique :

$$K = \frac{4 \times 10 \times 1}{1^2} = \frac{40}{1}$$

$K = 40 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
--

2.3. On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} , et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} .

La figure 3 donne les variations de l'énergie cinétique E_C du solide (S) en fonction de l'élongation x de G .

2.3.1. Justifier que l'énergie mécanique du système se conserve.

(0,5 pt)

Le système {solide, ressort} est soumis à :

- Le poids $\vec{P}$: compensé par la réaction normale $\vec{N}$ (mouvement horizontal).
- La force élastique du ressort : force conservative.
- Pas de frottements (oscillations non amorties, mouvement sinusoïdal).

Puisque le mouvement est horizontal, $E_{pp} = 0$ (référence). Les seules forces qui travaillent sont conservatives (force élastique). Donc **l'énergie mécanique se conserve**.

On peut aussi vérifier sur le graphe : $E_C(x=0) + E_{pe}(x=0) = E_C(x=X_m) + E_{pe}(x=X_m)$.

À $x=0$: $E_{pe}=0$ et $E_C = E_{C,\max}$ (lu sur le graphe).

À $x=X_m$: $E_C=0$ et $E_{pe} = \frac{1}{2}KX_m^2$.

Si $E_{C,\max} = \frac{1}{2}KX_m^2$, l'énergie mécanique est conservée.

Vérification numérique :

$$E_{pe,\max} = \frac{1}{2}KX_m^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (5 \times 10^{-2})^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times 25 \times 10^{-4} = 50 \times 10^{-3} \text{ J} = 50 \text{ mJ}$$

D'après le graphe, $E_{C,\max} \approx 50 \text{ mJ}$ (lu à $x=0$).

$$E_m = E_C + E_{pe} = \text{constante} = 50 \text{ mJ}$$

2.3.2. Déterminer la valeur de l'énergie potentielle élastique E_{pe} lorsque G atteint l'élongation maximale.

(0,5 pt)

Lorsque $x=X_m$ (l'élongation maximale), la vitesse est nulle donc $E_C=0$.

Par conservation de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_C + E_{pe} \Rightarrow E_{pe} = E_m - E_C = E_m - 0 = E_m$$

D'après le graphe, $E_{C,\max} = 50 \text{ mJ}$ (valeur à $x=0$), et comme E_m est constante :

$$E_{pe}(x=X_m) = E_m = 50 \text{ mJ}$$

Vérification :

$$E_{pe} = \frac{1}{2}KX_m^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (0,05)^2 = 0,05 \text{ J} = 50 \text{ mJ} \quad \checkmark$$

2.3.3. Calculer le travail $W(\vec{F})$ de la force exercée par le ressort sur le solide (S), lorsque G passe de la position d'élongation $x = X_m$ à la position d'élongation $x_0 = 0$. (0,5 pt)

Le travail de la force élastique est égal à l'opposé de la variation de l'énergie potentielle élastique :

$$W(\vec{F}) = -\Delta E_{pe} = -(E_{pe,f} - E_{pe,i})$$

— Position initiale : $x = X_m \Rightarrow E_{pe,i} = \frac{1}{2}KX_m^2 = 50 \text{ mJ}$

— Position finale : $x = 0 \Rightarrow E_{pe,f} = 0$

$$W(\vec{F}) = -(0 - 50) = 50 \text{ mJ}$$

$$W(\vec{F}) = 50 \text{ mJ} = 0,05 \text{ J}$$

Le travail est positif car la force élastique est motrice : elle ramène le solide vers la position d'équilibre.