

MonBac.ma

Plateforme de préparation au Baccalauréat marocain

Corrigé — Physique-Chimie

Sciences de la Vie et de la Terre

Session Normale — 2025

Coefficient : 5 | Durée : 3h | Barème : /20

Table des matières

Chimie

7 pts

Réactivité de l'acide méthanoïque — Pile (Cuivre/Aluminium)

Données :

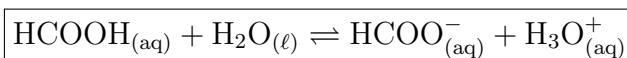
— pK_A du couple $\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$: $pK_A = 3,76$

Partie 1 — Réactivité de l'acide méthanoïque

On dispose d'une solution aqueuse (S_1) d'acide méthanoïque $\text{HCOOH}_{(\text{aq})}$, de volume V et de concentration molaire $C_1 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Le pH de cette solution à 25 C est $\text{pH} = 2,75$.

1. Écrire l'équation de la réaction entre l'acide méthanoïque et l'eau. (0,5 pt)

L'acide méthanoïque HCOOH est un acide faible qui réagit avec l'eau selon :



2. Dresser le tableau d'avancement de cette réaction en utilisant les grandeurs C_1 , V et l'avancement final x_f de la réaction. (0,5 pt)

État	Avancement	HCOOH	H ₂ O	HCOO ⁻	H ₃ O ⁺
Initial	0	$C_1 \cdot V$	excès	0	0
Intermédiaire	x	$C_1 \cdot V - x$	excès	x	x
Final	x_f	$C_1 \cdot V - x_f$	excès	x_f	x_f

3. Calculer la valeur du taux d'avancement final τ de la réaction. Déduire. (0,75 pt)

Le taux d'avancement final est :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\max}}$$

À l'état final, $[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{x_f}{V} = 10^{-\text{pH}}$, donc $x_f = V \cdot 10^{-\text{pH}}$.

L'avancement maximal est $x_{\max} = C_1 \cdot V$ (le réactif limitant est l'acide).

Donc :

$$\tau = \frac{V \cdot 10^{-\text{pH}}}{C_1 \cdot V} = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_1}$$

Application numérique :

$$\tau = \frac{10^{-2,75}}{2 \times 10^{-2}} = \frac{1,778 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}}$$

$$\tau = 0,089 = 8,9 \%$$

Puisque $\tau < 1$, la réaction n'est pas totale : l'acide méthanoïque est un **acide faible**.

4. Calculer la valeur de $Q_{r,\text{éq}}$, quotient de réaction à l'état d'équilibre. (0,5 pt)
Le quotient de réaction à l'équilibre est la constante d'acidité K_A :

$$Q_{r,\text{éq}} = K_A = \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}} \cdot C^\circ}$$

avec $C^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

À l'équilibre : $[\text{HCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$ et $[\text{HCOOH}] = C_1 - 10^{-\text{pH}}$.

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{(10^{-\text{pH}})^2}{C_1 - 10^{-\text{pH}}} = \frac{(10^{-2,75})^2}{2 \times 10^{-2} - 10^{-2,75}} = \frac{(1,778 \times 10^{-3})^2}{2 \times 10^{-2} - 1,778 \times 10^{-3}}$$

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{3,162 \times 10^{-6}}{1,822 \times 10^{-2}}$$

$$Q_{r,\text{éq}} = K_A = 1,74 \times 10^{-4}$$

5. Vérifier que la valeur de pK_A du couple ($\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$) est $pK_A = 3,76$. (0,25 pt)

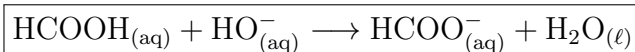
$$pK_A = -\log(K_A) = -\log(1,74 \times 10^{-4})$$

$$pK_A = 3,76$$

Ce qui est bien conforme à la valeur donnée.

6. Pour vérifier la valeur de la concentration C_1 , on dose le volume $V_1 = 10 \text{ mL}$ de la solution (S_1) par une solution aqueuse (S_b) d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$) de concentration molaire $C_b = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La figure ci-contre donne la courbe $\text{pH} = f(V_b)$ obtenue lors de ce dosage. (—)

- 6.1. Écrire l'équation de réaction de dosage supposée totale. (0,5 pt)
La réaction de dosage acide faible / base forte :



- 6.2. En exploitant la courbe de dosage, retrouver la valeur de C_1 . (0,5 pt)
À l'équivalence, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques :

$$C_1 \cdot V_1 = C_b \cdot V_{b,E}$$

D'après la courbe, le volume à l'équivalence est $V_{b,E} = 20 \text{ mL}$.

$$C_1 = \frac{C_b \cdot V_{b,E}}{V_1} = \frac{10^{-2} \times 20}{10}$$

$$C_1 = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

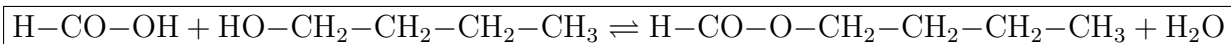
On retrouve bien la valeur donnée.

7. Pour synthétiser un ester à l'arôme d'ananas, on fait réagir l'acide méthanoïque par $\text{HCOOH}_{(\ell)}$ avec le butan-1-ol $\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}_{(\ell)}$. (—)

7.1. Écrire, en utilisant les formules semi-développées, l'équation de la réaction d'estérification. Nommer l'ester formé. (0,75

pt)

L'équation d'estérification :



L'ester formé est le **méthanoate de butyle** (formiate de butyle), de formule HCOOC_4H_9 .

7.2. Donner les caractéristiques de cette réaction. (0,25 pt)

La réaction d'estérification est :

- **Lente** : elle nécessite plusieurs heures pour atteindre l'équilibre.
- **Limitée** (réversible) : elle n'est pas totale, il reste des réactifs à l'équilibre.
- **Athérmiq**ue : elle ne dégage ni n'absorbe de chaleur de manière significative.

7.3. Proposer deux méthodes pour augmenter le rendement de la synthèse de cet ester.

(0,5 pt)

Pour déplacer l'équilibre dans le sens direct et augmenter le rendement :

1. **Utiliser un excès de l'un des réactifs** (par exemple un excès d'alcool).
2. **Éliminer l'un des produits** au fur et à mesure de sa formation (par exemple éliminer l'eau par distillation ou par un dessiccant).

Partie 2 — Pile (Cuivre/Aluminium)

On étudie la pile (Cuivre/Aluminium) en utilisant une plaque d'aluminium $\text{Al}_{(\text{s})}$ immergée dans une solution aqueuse de chlorure d'aluminium ($\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+} + 3\text{Cl}_{(\text{aq})}^{-}$), et une plaque de cuivre $\text{Cu}_{(\text{s})}$ immergée dans une solution aqueuse de sulfate de cuivre II ($\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}_{(\text{aq})}$). On relie les deux solutions par un pont salin.

On branche en série avec la pile un conducteur ohmique, un ampèremètre et un interrupteur. On ferme l'interrupteur à un instant $t = 0$, l'ampèremètre indique le passage d'un courant électrique d'intensité constante $I = 40 \text{ mA}$ pendant la durée de fonctionnement $\Delta t = 1 \text{ h } 30 \text{ min}$.

Données :

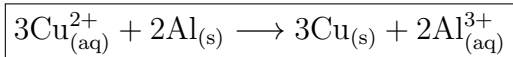
- Les deux solutions ont le même volume et la même concentration molaire $C = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
- $\mathcal{F} = 9,64 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{Al}) = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- La constante d'équilibre associée à l'équation : $3\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+} + 2\text{Al}_{(\text{s})} \rightleftharpoons 3\text{Cu}_{(\text{s})} + 2\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+}$ est $K = 10^{200}$.

1. En se basant sur le critère d'évolution spontanée, déterminer le sens d'évolution du système chimique durant le fonctionnement de la pile. (0,5 pt)

Calculons le quotient de réaction initial :

$$Q_{r,i} = \frac{[\text{Al}^{3+}]_i^2}{[\text{Cu}^{2+}]_i^3} = \frac{C^2}{C^3} = \frac{(0,1)^2}{(0,1)^3} = \frac{1}{0,1} = 10$$

Puisque $Q_{r,i} = 10 \ll K = 10^{200}$, le système évolue dans le **sens direct** (sens 1) :

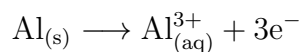


L'aluminium s'oxyde (anode) et le cuivre se réduit (cathode).

2. Déterminer la polarité des électrodes de la pile. Justifier la réponse. (0,75 pt)

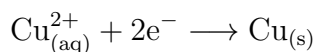
D'après le sens d'évolution :

— L'électrode d'aluminium Al est le siège de l'oxydation :



C'est l'**anode**, qui constitue le **pôle négatif** de la pile.

— L'électrode de cuivre Cu est le siège de la réduction :



C'est la **cathode**, qui constitue le **pôle positif** de la pile.

À retenir : dans une pile, l'anode (oxydation) est le pôle négatif et la cathode (réduction) est le pôle positif. Le courant circule dans le circuit extérieur du pôle + (Cu) vers le pôle - (Al).

3. Montrer que l'expression de la masse d'aluminium qui a réagi durant Δt est $m = \frac{I \cdot M(\text{Al}) \cdot \Delta t}{3\mathcal{F}}$. Calculer m . (0,75 pt)

La demi-équation d'oxydation de l'aluminium est :



La quantité de matière d'électrons échangés pendant la durée Δt est :

$$n(\text{e}^{-}) = \frac{Q}{\mathcal{F}} = \frac{I \cdot \Delta t}{\mathcal{F}}$$

D'après la stœchiométrie : $n(\text{e}^{-}) = 3 \cdot n(\text{Al})$, donc :

$$n(\text{Al}) = \frac{n(\text{e}^{-})}{3} = \frac{I \cdot \Delta t}{3\mathcal{F}}$$

La masse d'aluminium ayant réagi est :

$$m = n(\text{Al}) \cdot M(\text{Al})$$

$$m = \frac{I \cdot M(\text{Al}) \cdot \Delta t}{3\mathcal{F}}$$

Application numérique :

$$\Delta t = 1 \text{ h } 30 \text{ min} = 90 \text{ min} = 5400 \text{ s}$$

$$m = \frac{40 \times 10^{-3} \times 27 \times 5400}{3 \times 9,64 \times 10^4} = \frac{5,832}{2,892 \times 10^5}$$

$$m \approx 2,02 \times 10^{-5} \text{ kg} = 2,02 \times 10^{-2} \text{ g} \approx 20,2 \text{ mg}$$

Physique — Exercice 1

2,5 pts

Désintégration de Strontium 90

Le Strontium $^{90}_{38}\text{Sr}$ est l'un des principaux noyaux se trouvant dans les déchets des réacteurs nucléaires. $^{90}_{38}\text{Sr}$ se désintègre en Yttrium ^A_ZY en émettant une particule β^- . Il est très nocif quand la particule est inhalée ou ingérée. Le noyau $^{90}_{38}\text{Sr}$ est l'un des isotopes de l'élément Strontium.

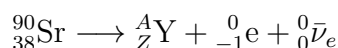
Données :

Particule	$^{90}_{38}\text{Sr}$	^A_ZY	Proton	Neutron
Masse (u)	89,90773	89,90714	1,00728	1,00866

- Demi-vie de $^{90}_{38}\text{Sr}$: $t_{1/2} = 28,9$ ans
- Énergie de liaison du noyau $^{90}_{38}\text{Sr}$: $E_\ell(^{90}_{38}\text{Sr}) = 768,47$ MeV
- $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$
- $1 \text{ an} = 365$ jours

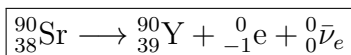
1. Écrire l'équation de désintégration de $^{90}_{38}\text{Sr}$ en précisant les valeurs de A et Z du noyau fils ^A_ZY . (0,5 pt)

La désintégration β^- s'écrit :



Lois de conservation :

- Conservation du nombre de masse : $90 = A + 0$ donc $A = 90$
- Conservation du numéro atomique : $38 = Z + (-1)$ donc $Z = 39$



2. Calculer, en unité MeV, l'énergie de liaison $E_\ell(^{90}_{39}\text{Y})$ du noyau $^{90}_{39}\text{Y}$. (0,5 pt)
L'énergie de liaison est :

$$E_\ell = [Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m(\text{noyau})] \cdot c^2$$

Pour $^{90}_{39}\text{Y}$: $Z = 39$, $A = 90$, $A - Z = 51$.

$$E_\ell(^{90}_{39}\text{Y}) = [39 \times 1,00728 + 51 \times 1,00866 - 89,90714] \times 931,5 \text{ MeV}$$

Calculons le défaut de masse :

$$\Delta m = 39 \times 1,00728 + 51 \times 1,00866 - 89,90714$$

$$\Delta m = 39,28392 + 51,44166 - 89,90714 = 0,81844 \text{ u}$$

$$E_\ell(^{90}_{39}\text{Y}) = 0,81844 \times 931,5$$

$$\boxed{E_\ell(^{90}_{39}\text{Y}) \approx 762,58 \text{ MeV}}$$

3. Déterminer, en justifiant, le noyau le plus stable parmi ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ et ${}^{90}_{39}\text{Y}$.

(0,5 pt)

Pour comparer la stabilité, on utilise l'énergie de liaison par nucléon :

$$\frac{E_{\ell}}{A}({}^{90}_{38}\text{Sr}) = \frac{768,47}{90} = 8,539 \text{ MeV/nucléon}$$

$$\frac{E_{\ell}}{A}({}^{90}_{39}\text{Y}) = \frac{762,58}{90} = 8,473 \text{ MeV/nucléon}$$

$$\boxed{\frac{E_{\ell}}{A}({}^{90}_{38}\text{Sr}) > \frac{E_{\ell}}{A}({}^{90}_{39}\text{Y})}$$

Le noyau ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ possède l'énergie de liaison par nucléon la plus élevée, donc le noyau ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ est le plus stable.

Note : cela peut sembler paradoxal car c'est le Sr qui se désintègre. En réalité, c'est l'énergie totale libérée (incluant l'énergie cinétique des produits) qui rend la désintégration possible. L'énergie de liaison par nucléon compare la stabilité intrinsèque du noyau, pas la tendance à la désintégration qui dépend du bilan énergétique global.

4. Un échantillon de Strontium 90 a une activité initiale $a_0 = 5,11 \times 10^6$ Bq à l'instant $t_0 = 0$. (—)

4.1. Calculer le nombre de noyaux N_0 présents initialement dans cet échantillon. (0,5 pt)
L'activité est reliée au nombre de noyaux par :

$$a_0 = \lambda \cdot N_0$$

La constante radioactive est :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

Convertissons $t_{1/2}$ en secondes :

$$t_{1/2} = 28,9 \times 365 \times 24 \times 3600 = 28,9 \times 3,1536 \times 10^7 = 9,114 \times 10^8 \text{ s}$$

$$\lambda = \frac{0,693}{9,114 \times 10^8} = 7,604 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

Donc :

$$N_0 = \frac{a_0}{\lambda} = \frac{5,11 \times 10^6}{7,604 \times 10^{-10}}$$

$$N_0 \approx 6,72 \times 10^{15} \text{ noyaux}$$

4.2. Déterminer l'instant t_1 pour lequel l'activité de cet échantillon devient $a_1 = 10 \% a_0$. (0,5 pt)

L'activité décroît selon :

$$a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

On cherche t_1 tel que $a_1 = 0,1 \cdot a_0$:

$$0,1 \cdot a_0 = a_0 \cdot e^{-\lambda t_1}$$

$$e^{-\lambda t_1} = 0,1$$

$$-\lambda t_1 = \ln(0,1) = -\ln(10)$$

$$t_1 = \frac{\ln(10)}{\lambda} = \frac{\ln(10) \cdot t_{1/2}}{\ln 2}$$

Application numérique :

$$t_1 = \frac{2,303 \times 28,9}{0,693} = \frac{66,55}{0,693}$$

$$t_1 \approx 96,0 \text{ ans}$$

Physique — Exercice 2

5 pts

Dipôle RC — Circuit RLC série

Le dipôle RC et le circuit RLC série sont largement utilisés pour modéliser et analyser divers phénomènes électriques et électroniques. Ainsi, le dipôle RC permet de mettre en évidence la charge et la décharge d'un condensateur, alors que le circuit RLC série est fondamental pour l'étude des oscillations électriques libres.

Partie 1 — Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension ascendant

À l'instant $t = 0$, on place l'interrupteur K en position 1. La figure 2 indique l'évolution temporelle de la tension u_c aux bornes du condensateur, et celle de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique.

Donnée : $R = 32 \text{ k}\Omega$

1.1. Parmi les courbes ① et ②, quelle est celle qui représente $u_c(t)$? Justifier. (0,5 pt)

La courbe ① représente $u_c(t)$.

Justification : Lors de la charge d'un condensateur à travers un résistor par un échelon de tension, la tension u_c aux bornes du condensateur augmente progressivement de 0 jusqu'à la valeur de la f.é.m. E (courbe croissante qui tend vers une asymptote). La courbe ① a cette allure caractéristique.

La courbe ② représente $u_R(t)$: elle décroît de E vers 0 (car $u_R = R \cdot i$ et le courant décroît pendant la charge).

1.2. Déterminer graphiquement la valeur de la force électromotrice E . (0,25 pt)

D'après la courbe, la tension u_c tend asymptotiquement vers la valeur :

$$E = 6 \text{ V}$$

(valeur lue graphiquement sur l'asymptote horizontale de la courbe ①).

1.3. La constante de temps τ est la durée au bout de laquelle le condensateur atteint 63 % de sa charge maximale. Déterminer graphiquement la valeur de τ . (0,5 pt)

À $t = \tau$, on a $u_c(\tau) = 0,63 \times E$.

$$u_c(\tau) = 0,63 \times 6 = 3,78 \text{ V}$$

En traçant la droite horizontale $u_c = 3,78 \text{ V}$ et en lisant l'abscisse correspondante sur la courbe ① :

$$\tau \approx 1,5 \text{ s}$$

1.4. Vérifier que $C = 47 \mu\text{F}$.

(0,25 pt)

On sait que $\tau = R \cdot C$, donc :

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{1,5}{32 \times 10^3} = 4,69 \times 10^{-5} \text{ F}$$

$$C \approx 47 \mu\text{F}$$

Ce qui confirme la valeur donnée.

1.5. L'expression de la tension u_c est $u_c(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$.

Recopier sur votre copie, le numéro de la question et choisir la lettre correspondante à la proposition vraie.

(0,5 pt)

L'expression numérique de la charge $q(t)$ (en coulombs) du condensateur est :

$$q(t) = C \cdot u_c(t) = C \cdot E(1 - e^{-t/\tau})$$

Application numérique :

$$q(t) = 47 \times 10^{-6} \times 6 \times (1 - e^{-t/1,5})$$

$$q(t) = 2,82 \times 10^{-4}(1 - e^{-t/1,5})$$

En vérifiant avec $\tau = RC = 32 \times 10^3 \times 47 \times 10^{-6} = 1,504 \text{ s} \approx 1,5 \text{ s}$:

$$q(t) = 2,82 \times 10^{-4}(1 - e^{-666 \cdot t})$$

La réponse correcte est **C** : $q(t) = 2,82 \times 10^{-4}(1 - e^{-666 \cdot t}) \text{ C}$.

Vérification : $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{1,504 \times 10^{-3}} \approx 665 \approx 666 \text{ s}^{-1}$. Attention : en vérifiant le coefficient $1/\tau$, si la constante de temps réelle est $\tau = 1,504 \text{ s}$ alors $1/\tau = 0,665 \text{ s}^{-1}$. La proposition C avec $e^{-666,7 \cdot t}$ correspondrait à τ en millisecondes. Il convient de choisir la réponse dont le préfacteur vaut $C \cdot E = 2,82 \times 10^{-4} \text{ C}$.

Partie 2 — Oscillations électriques libres dans un circuit RLC série

Le condensateur ayant acquis sa charge maximale $q_{\max}$. Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 2 à un instant $t_0 = 0$ choisi comme nouvelle origine de temps, le condensateur se décharge. La figure 3 représente l'évolution temporelle de la tension $u_c(t)$.

Donnée : $r = 8,6 \Omega$

2.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c .

(0,5 pt)

Loi des mailles dans le circuit RLC série lors de la décharge :

$$u_R + u_L + u_c = 0$$

$$ri + L \frac{di}{dt} + u_c = 0$$

Or $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$ et $\frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_c}{dt^2}$.

En substituant :

$$rC \frac{du_c}{dt} + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0$$

En divisant par LC :

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

2.2. Nommer le régime d'oscillation obtenu.

(0,25 pt)

D'après la figure 3, on observe des oscillations dont l'amplitude décroît progressivement au cours du temps. Il s'agit du **régime pseudo-périodique** (oscillations amorties).

2.3. Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T des oscillations.

(0,25 pt)

D'après la figure 3, en mesurant la durée entre deux maxima consécutifs (ou deux passages successifs par zéro dans le même sens) :

$$T \approx 10 \text{ ms}$$

2.4. On considère que la pseudo-période T est égale à la période propre T_0 de l'oscillateur LC . Déduire la valeur de l'inductance L de la bobine. On prend $\pi^2 = 10$.

(0,5 pt)

La période propre d'un oscillateur LC est :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

Donc :

$$T_0^2 = 4\pi^2 LC$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

Application numérique : avec $T_0 = T = 10 \text{ ms} = 10^{-2} \text{ s}$, $C = 47 \text{ } \mu\text{F} = 47 \times 10^{-6} \text{ F}$ et $\pi^2 = 10$:

$$L = \frac{(10^{-2})^2}{4 \times 10 \times 47 \times 10^{-6}} = \frac{10^{-4}}{1,88 \times 10^{-3}}$$

$$L \approx 5,32 \times 10^{-2} \text{ H} \approx 53,2 \text{ mH}$$

2.5. Calculer la variation de l'énergie totale $\Delta\mathcal{E}$ du circuit, entre les deux instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 2T$. Expliquer de point de vue énergétique le résultat obtenu. (0,75 pt)

L'énergie totale du circuit à un instant t est :

$$\mathcal{E}(t) = \frac{1}{2}Cu_c^2 + \frac{1}{2}Li^2$$

À $t_1 = 0$: le condensateur est chargé au maximum, $u_c(0) = E = 6 \text{ V}$ et $i(0) = 0$:

$$\mathcal{E}(t_1) = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2} \times 47 \times 10^{-6} \times 6^2 = \frac{1}{2} \times 47 \times 10^{-6} \times 36 = 8,46 \times 10^{-4} \text{ J}$$

À $t_2 = 2T$: d'après la figure 3, on lit la valeur de $u_c(2T)$ sur le graphique. Le condensateur est à un maximum local, donc $i(2T) = 0$ et on lit $u_c(2T)$ sur le graphique.

En lisant sur la courbe : $u_c(2T) \approx 4 \text{ V}$ (valeur approximative lue au deuxième maximum).

$$\mathcal{E}(t_2) = \frac{1}{2}Cu_c(2T)^2 = \frac{1}{2} \times 47 \times 10^{-6} \times 16 = 3,76 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}(t_2) - \mathcal{E}(t_1) = 3,76 \times 10^{-4} - 8,46 \times 10^{-4}$$

$$\Delta\mathcal{E} \approx -4,70 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$\Delta\mathcal{E} < 0$: l'énergie totale du circuit diminue au cours du temps. Cette perte d'énergie est due à la **dissipation par effet Joule** dans la résistance r de la bobine (et éventuellement R du conducteur). L'énergie électrique est transformée en énergie thermique.

2.6. Pour entretenir les oscillations électriques dans le circuit, on monte en série avec le condensateur et la bobine précédemment utilisés, un générateur (G) qui délivre une tension $u_G(t)$ proportionnelle à l'intensité du courant électrique : $u_G(t) = k \cdot i(t)$ avec k une constante. (—)

2.6.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur. (0,5 pt)
Loi des mailles :

$$u_G + u_c + u_L + u_R = 0 \quad (\text{convention})$$

En orientant correctement :

$$u_c + ri + L \frac{di}{dt} = u_G = k \cdot i$$

Avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $u_c = \frac{q}{C}$:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = k \frac{dq}{dt}$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + (r - k) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r - k}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0}$$

2.6.2. Déterminer la valeur de k pour que le circuit soit le siège des oscillations électriques périodiques. (0,25 pt)

Pour obtenir des oscillations non amorties (périodiques), il faut que le terme d'amortissement s'annule :

$$\frac{r - k}{L} = 0$$

Donc :

$$\boxed{k = r = 8,6 \, \Omega}$$

L'équation devient alors :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

C'est l'équation d'un oscillateur harmonique (oscillations libres non amorties). Le générateur compense exactement les pertes par effet Joule dans la résistance r .

Physique — Exercice 3

5,5 pts

Mouvement d'un solide — Système oscillant (solide – ressort)

Partie 1 — Mouvement d'un solide sur un plan horizontal

Dans un jeu de lancement sur un rail AB rectiligne horizontal, un solide (S_0) de masse m_0 et de centre d'inertie G est lancé à partir d'une position A avec une vitesse initiale v_0 horizontale pour atteindre une cible (C) qui se trouve en B à la distance $d = AB$.

Le mouvement de (S_0) sur le rail AB se fait avec des frottements modélisés par une force $\vec{f}$ constante de sens opposé au sens du vecteur vitesse.

Pour étudier le mouvement de G sur AB , on choisit le repère $(A, \vec{i})$ lié à la Terre supposée galiléenne.

À $t = 0 : x_0 = 0$.

Données : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $d = AB = 1 \text{ m}$; $m_0 = 0,1 \text{ kg}$

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x_G s'écrit : $\frac{d^2 x_G}{dt^2} = -\frac{f}{m_0}$. (0,5 pt)

Bilan des forces appliquées au solide (S_0) sur le plan horizontal :

- Le poids $\vec{P} = m_0 \vec{g}$ (vertical, vers le bas)
- La réaction normale du rail $\vec{N}$ (vertical, vers le haut)
- La force de frottement $\vec{f} = -f \vec{i}$ (opposée au mouvement, $f > 0$)

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F} = m_0 \vec{a}_G$$

Projection sur l'axe $(A, \vec{i})$ (horizontal) :

$$-f = m_0 \cdot a_G \quad \text{car } \vec{P} \text{ et } \vec{N} \text{ sont verticaux et se compensent}$$

$$\boxed{\frac{d^2 x_G}{dt^2} = -\frac{f}{m_0}}$$

2. En déduire la nature du mouvement de G . (0,25 pt)

L'accélération $a_G = -\frac{f}{m_0}$ est **constante et négative** (puisque $f > 0$ et $m_0 > 0$).

Le mouvement de G est donc **rectiligne uniformément décéléré** (retardé).

3. L'équation de la vitesse $v_G(t)$ de G s'écrit : $v_G(t) = -1,5t + 1,5 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$. (—)

3.1. Écrire l'expression numérique de l'équation horaire du mouvement de G . (0,5 pt)
En intégrant $v_G(t) = -1,5t + 1,5$:

$$x_G(t) = \int v_G(t) dt = -\frac{1,5}{2}t^2 + 1,5t + x_0$$

Avec $x_0 = 0$ à $t = 0$:

$$x_G(t) = -0,75t^2 + 1,5t \quad (\text{en mètres, } t \text{ en secondes})$$

3.2. Déterminer l'instant t_1 où (S_0) s'arrête. (0,25 pt)

Le solide s'arrête quand $v_G(t_1) = 0$:

$$-1,5t_1 + 1,5 = 0$$

$$t_1 = 1 \text{ s}$$

3.3. Déterminer la valeur de f . (0,25 pt)

D'après l'équation $\frac{d^2x_G}{dt^2} = -\frac{f}{m_0}$ et $a_G = -1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$:

$$f = m_0 \times 1,5 = 0,1 \times 1,5$$

$$f = 0,15 \text{ N}$$

3.4. Le solide (S_0) atteint-il la cible (C) ? Justifier. (0,5 pt)

Calculons la position de G quand le solide s'arrête, à $t_1 = 1 \text{ s}$:

$$x_G(t_1) = -0,75 \times 1^2 + 1,5 \times 1 = -0,75 + 1,5 = 0,75 \text{ m}$$

Or $d = AB = 1 \text{ m}$.

Puisque $x_G(t_1) = 0,75 \text{ m} < d = 1 \text{ m}$, le solide s'arrête avant d'atteindre la cible.

$$(S_0) \text{ n'atteint pas la cible } (C).$$

4. Déterminer la valeur minimale $v_{\min}$ de la vitesse initiale avec laquelle (S_0) doit être lancé pour qu'il atteigne la cible. (0,5 pt)

Le solide doit au moins atteindre $x_G = d = 1$ m au moment où il s'arrête.

En utilisant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\Delta E_c = W(\vec{P}) + W(\vec{N}) + W(\vec{f})$$

Le plan est horizontal, donc $W(\vec{P}) = 0$ et $W(\vec{N}) = 0$.

$$\frac{1}{2}m_0 \times 0^2 - \frac{1}{2}m_0 v_{\min}^2 = -f \cdot d$$

$$v_{\min}^2 = \frac{2fd}{m_0}$$

Application numérique :

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2 \times 0,15 \times 1}{0,1}} = \sqrt{3}$$

$$v_{\min} = \sqrt{3} \approx 1,73 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Partie 2 — Système oscillant (solide – ressort)

On fixe un solide (S) de masse m à un ressort R_1 à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K , on obtient un oscillateur horizontal qui oscille sans frottements sur un rail horizontal.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du solide (S) dans le repère $(O, \vec{i})$ lié à la Terre supposée galiléenne. À l'équilibre $x_G = \dot{x}_G = 0$.

On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_m et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$. Le solide (S) est alors animé d'un mouvement de translation rectiligne sinusoïdal d'équation :

$$x_G(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

Donnée : $m = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$

La courbe de la figure 3 donne le diagramme des espaces $x_G(t)$ obtenu.

1. Déterminer graphiquement la valeur de la période propre T_0 de l'oscillateur et celle de l'amplitude X_m des oscillations. (0,5 pt)

D'après la figure 3 :

- L'amplitude est la valeur maximale de x_G : on lit $X_m = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$.
- La période est la durée d'un cycle complet : on lit $T_0 = 0,1 \text{ s}$.

$$T_0 = 0,1 \text{ s} \quad ; \quad X_m = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$$

2. Écrire l'expression numérique de l'équation horaire du mouvement de G . (0,5 pt)

L'équation générale est :

$$x_G(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

Détermination de φ :

À $t_0 = 0$: on écarte le solide d'une distance X_m et on l'abandonne sans vitesse.

Conditions initiales :

- $x_G(0) = X_m \cos(\varphi)$
- $\dot{x}_G(0) = -X_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \sin(\varphi) = 0$

De $\dot{x}_G(0) = 0$: $\sin(\varphi) = 0$, donc $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$.

D'après la figure 3, à $t = 0$ le solide est en $x_G = -3 \text{ cm} = -X_m$ (valeur négative), donc $\cos(\varphi) = -1$, ce qui donne $\varphi = \pi$.

Pulsation :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0,1} = 20\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$x_G(t) = 3 \times 10^{-2} \cos(20\pi t + \pi) \quad (\text{en m, } t \text{ en s})$

Ou de manière équivalente : $x_G(t) = -3 \times 10^{-2} \cos(20\pi t)$.

3. On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} . (—)

La figure 4 donne le diagramme de l'énergie potentielle élastique E_{pe} de l'oscillateur (solide-ressort).

3.1. Déterminer graphiquement la valeur maximale $E_{pe,\max}$ de l'énergie potentielle élastique. (0,5

pt)

D'après la figure 4, la valeur maximale de E_{pe} est lue sur le graphique :

$$E_{pe,\max} \approx 10 \text{ mJ} = 10 \times 10^{-3} \text{ J} = 0,01 \text{ J}$$

E_{pe} est maximale lorsque l'élongation est maximale, c'est-à-dire quand $|x_G| = X_m$.

3.2. Dédurre la valeur de la raideur K du ressort. (0,5 pt)

L'énergie potentielle élastique est :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K x_G^2$$

L'énergie maximale correspond à $x_G = \pm X_m$:

$$E_{pe,\max} = \frac{1}{2} K X_m^2$$

Donc :

$$K = \frac{2E_{pe,\max}}{X_m^2}$$

Application numérique :

$$K = \frac{2 \times 10 \times 10^{-3}}{(3 \times 10^{-2})^2} = \frac{2 \times 10^{-2}}{9 \times 10^{-4}}$$

$$K \approx 22,2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

3.3. Déterminer la valeur de l'énergie cinétique du solide lorsque G passe par la position d'élongation $x_G = 0,02 \text{ m}$. (0,75 pt)

Le système oscille sans frottements, donc l'énergie mécanique totale se conserve :

$$E_m = E_c + E_{pe} = \text{constante}$$

L'énergie mécanique est égale à $E_{pe,\max}$ (quand $E_c = 0$, à l'élongation maximale) :

$$E_m = E_{pe,\max} = 10 \text{ mJ}$$

À la position $x_G = 0,02 \text{ m}$:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K x_G^2 = \frac{1}{2} \times 22,2 \times (0,02)^2 = \frac{1}{2} \times 22,2 \times 4 \times 10^{-4}$$

$$E_{pe} = 4,44 \times 10^{-3} \text{ J} \approx 4,44 \text{ mJ}$$

Donc :

$$E_c = E_m - E_{pe} = 10 - 4,44$$

$$E_c \approx 5,56 \text{ mJ} \approx 5,6 \times 10^{-3} \text{ J}$$