Année scolaire : 2022 – 2023	Examen national 2015 session normale annulée	AGOUZAL
		2 BPCF

Exercice 1 : (2015 Session annulée) (3pts)

Soit dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(\mathbf{O},\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}})$ les points A(2; 1; 0), B(-4 ; 1 ; 0) et soit (P) le plan passant par le point A et de vecteur normal $\vec{\mathbf{u}}=\vec{\mathbf{i}}+\vec{\mathbf{j}}-\vec{\mathbf{k}}$.

1) Montrer que : x + y – z – 3 = 0 est une équation cartésienne du plan (P).

2) Soit (S) l'ensemble des points M de l'espace qui vérifient: $\overrightarrow{\mathbf{MA}}\bullet\overrightarrow{\mathbf{MB}}=0$

Montrer que (S) est une sphère de centre Ω(-1 ; 1 ; 0) et son rayon R = 3

3) a) Calculer la distance du point Ω au plan (P) puis déduire que (P) coupe (S) suivant un cercle (C).

b) Montrer que le centre du cercle (C) est H(0 ; 2 ; -1).

4) Montrer que : $\overrightarrow{\mathbf{OH}}\wedge\overrightarrow{\mathbf{OB}}=\vec{\mathbf{i}}+4\vec{\mathbf{j}}+8\vec{\mathbf{k}}$ puis calculer la surface du triangle OHB.

Exercice 2 : (2015 Session annulée) (3pts)

I - On considère le nombre complexe u tel que :

$\mathbf{a}=2+\sqrt{2}+\mathbf{i}\sqrt{2}$

1) Montrer que le module du nombre complexe $\mathbf{a}$ est $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

2) Vérifier que : $\mathbf{a}=2(1+\cos\frac{\pi}{4})+2\mathbf{i}\sin\frac{\pi}{4}$

3) a) En linéarisant $\cos^2\theta$, θ est un nombre réel montrer que : $1+\cos 2\theta=2\cos^2\theta$

b) Montrer que $\mathbf{a}=4\cos\frac{\pi}{8}(\cos\frac{\pi}{8}+\mathbf{i}\sin\frac{\pi}{8})$ est une forme trigonométrique du nombre $\mathbf{a}$ montrer que

$\mathbf{a}=\left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4\mathbf{i}$

II - On considère, Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(\mathbf{O};\vec{\mathbf{e}_1};\vec{\mathbf{e}_2})$ on considère les deux points Ω et A d'affixes respectives ω et a tels que :

$\boldsymbol{\omega}=\sqrt{2}$; $\mathbf{a}=2+\sqrt{2}+\mathbf{i}\sqrt{2}$ et la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1) Montrer que l'affixe b du point B image du point A par la rotation R est $\mathbf{2i}$.

2) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tel que : $|\mathbf{z}-2\mathbf{i}|=2$

Exercice 3 : (2015 Session annulée) (3pts)

Une caisse U_1 contient 7 boules : quatre boules rouges et trois boules vertes (indiscernables au toucher).

Une caisse U_2 contient 5 boules : trois boules rouges et deux boules vertes (indiscernables au toucher).

I) On considère l'expérience suivante : on tire au hasard

Soit l'événements A″ Obtenir une boule rouge et deux boules vertes″ et l'événement B ″ Obtenir trois de la même couleur ″

Montrer que $\mathbf{P(A)}=\frac{12}{35}$ et $\mathbf{P(B)}=\frac{1}{7}$

II) On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et en même temps 2 boules de U_1 , puis on tire au hasard une boules de U_2.

Soit C l'événement : ″ Obtenir trois boules rouges″

Montrer que $\mathbf{P(C)}=\frac{6}{35}$

Problème : (2015 Session annulée) (8pts)

On considère la fonction f définie par :

$$\mathbf{f(x)}=\frac{1}{x(1-\ln x)}$$

(C_f) est la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(\mathbf{O};\vec{\mathbf{i}};\vec{\mathbf{j}})$ (unité : 2 cm)

I) 1)Montrer que : $\mathbf{D_f}=]0;\mathbf{e}[\cup]\mathbf{e};+\infty[$

2) a) Calculer $\lim\limits_{\mathbf{x}\to\mathbf{e}^+}\mathbf{f(x)}$ et $\lim\limits_{\mathbf{x}\to\mathbf{e}^-}\mathbf{f(x)}$ puis interpréter les résultats géométriquement.

b) Calculer $\lim\limits_{\mathbf{x}\to+\infty}\mathbf{f(x)}$ puis en déduire que (C_f) admet une asymptote au voisinage de +∞ dont on précisera une équation

c) Montrer que $\lim\limits_{\mathbf{x}\to0^+}\mathbf{f(x)}=+\infty$ puis interpréter les résultats géométriquement(pour calculer $\lim\limits_{\mathbf{x}\to0^+}\mathbf{f(x)}$

(remarquer que $\mathbf{x(1-\ln x)=x-x\ln x}$)

3) a - Montrer que: $\mathbf{f'(x)}=\frac{\ln x}{\mathbf{x}^2(1-\ln x)^2}$ $\forall\mathbf{x}\in\mathbf{D_f}$

b) Montrer que f est décroissante sur $]0,1]$ et croissante sur chacun des intervalles $[1;\mathbf{e}[$ et $]\mathbf{e};+\infty[$

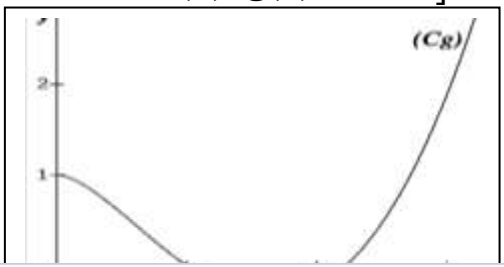
b - Dresser le tableau des variations de f sur $\mathbf{D_f}$

II) Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$\mathbf{g(x)}=1-\mathbf{x}^2(1-\ln x)$$

$(\mathbf{C_g})$ est la courbe représentative de g dans le repère orthonormé $(\mathbf{O};\vec{\mathbf{i}};\vec{\mathbf{j}})$ (voir figure)

1) a) Déterminer graphiquement de solution de l'équation suivante $(E):\mathbf{g(x)}=0;\mathbf{x}\in]0;+\infty[$



MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR

b) On donne le tableau des valeurs suivantes :

x	2,1	2,2	2,3	2,4
g(x)	– 0,14	– 0,02	0,12	0,28

Montrer que l'équation (E) admet une solution α telle que $2,2 < \alpha < 2,3$

2) a) Vérifier que : $\mathbf{f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)} \quad \forall x \in D_f}$

b) Montrer que la droite (Δ) d'équation y = x coupe la courbe (C_f) en deux points d'abscisses 1 et α

c) Déterminer à partir de (C_g) le signe de la fonction g sur l'intervalle $[1;\alpha]$ et montrer que $f(x) - x \leq 0$ pour tout x de $[1;\alpha]$

3) Tracer dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (Δ) et la courbe (C_f).

4) a) Montrer que $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)} dx = \ln 2$ (remarquer que $\frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{\frac{1}{x}}{(1-\ln x)} \quad \forall x \in D_f$

b) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan délimité par (C_f) la droite (Δ) et les droites d'équations x = 1 et $x = \sqrt{e}$

III) On considère la suite (U_n) définie par :

$U_{n+1} = f(U_n) \ \forall n \in \mathbb{N}$ et $U_0 = 2$

1) Montrer que : $1 \leq U_n \leq \alpha \quad \forall n \in \mathbb{N}$

2) Montrer que la suite (U_n) est décroissante (on pourra utiliser le résultat de la question II) 2) c))

3) En déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR