

|        |                                   |                                                                                                                                                                                                   |
|--------|-----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| الصفحة |                                   |  <p>الوزارة الوطنية للتعليم والتعليم المهني والتقني<br/>المرکز الوطني للامتحانات المدرسية وتقييم التعلّيمات</p> |
| 1      | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا |                                                                                                                                                                                                   |
| 8      | - الدورة العادية 2026 -           |                                                                                                                                                                                                   |

| NS 22F         |                                                               | الموضوع     |    |
|----------------|---------------------------------------------------------------|-------------|----|
| المادة         | الرياضيات                                                     | مدة الإنجاز | 3س |
| الشعبة والمسلك | مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية) | المعامل     | 7  |

### Instructions générales

- L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices et le problème suivant l'ordre qui lui convient ;
- Il est recommandé d'éviter l'usage de la couleur rouge dans la rédaction des solutions.

### Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices et d'un problème, indépendants entre eux, et répartis selon les domaines comme suit :

|            |                                                                     |            |
|------------|---------------------------------------------------------------------|------------|
| Exercice 1 | Géométrie dans l'espace                                             | 3 points   |
| Exercice 2 | Nombres complexes                                                   | 3.5 points |
| Exercice 3 | Calcul des probabilités                                             | 2.5 points |
| Problème   | Etude de fonctions numériques, suites numériques et calcul intégral | 11 points  |

### Notations

- On note  $\bar{z}$  le conjugué d'un nombre complexe  $z$ , et  $|z|$  son module.
- $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien.
- $e$  est le nombre réel tel que  $\ln(e) = 1$ .



**Exercice 1 (3 points):**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(-1, 0, 1)$ ,  $B(-3, 2, 2)$ ,  $C(-1, 1, 2)$  et  $D(2, 7, -4)$ .

Soit  $(\Delta)$  la droite passant par le point  $D$  et dirigée par le vecteur  $\vec{u}(2, 1, 2)$

|        |                                                                                                   |                                                                                     |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5 pt | 1.a. Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ |  |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|

|         |                                                                                    |                                                                                     |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.25 pt | 1.b. Dédire que $x + 2y - 2z + 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan $(ABC)$ |  |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|

|        |                                                                                                                                                  |                                                                                       |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5 pt | 1.c. Calculer $\vec{u} \cdot (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$ et déduire que la droite $(\Delta)$ est parallèle au plan $(ABC)$ |  |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|

2 Soit  $(S)$  la sphère de centre  $\Omega(0, 3, 0)$  et tangente à la droite  $(\Delta)$ .

|        |                                                                                                                          |                                                                                       |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5 pt | 2.a. Vérifier que $\overrightarrow{\Omega D} \cdot \vec{u} = 0$ et déduire que le rayon de la sphère $(S)$ est égale à 6 |  |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|

|         |                                                                                                                                     |                                                                                       |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.75 pt | 2.b. Calculer $d(\Omega, (ABC))$ et déduire que $(ABC)$ coupe la sphère $(S)$ suivant un cercle $(\Gamma)$ de rayon $r = 3\sqrt{3}$ |  |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|

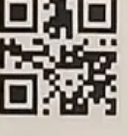
|        |                                                                                                                                                                |                                                                                       |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5 pt | 2.c. Vérifier que $\overrightarrow{C\Omega} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et déduire que le point $C$ est le centre du cercle $(\Gamma)$ . |  |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|



**Exercice 2 (3.5 points) :**

On considère dans le plan complexe les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives :

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, \quad b = e^{i\frac{\pi}{12}} \quad \text{et} \quad c = 1$$

|                                                                                                             |                                                                                                                           |                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5 pt                                                                                                      | 1.a. Écrire le nombre complexe $a$ sous forme trigonométrique .                                                           |    |
| 0.5 pt                                                                                                      | 1.b. Vérifier que $b^2 = a$ et que $b\bar{b} = 1$                                                                         |    |
| 0.5 pt                                                                                                      | 1.c. Montrer que $a - 1 = (2 - \sqrt{3})i(a + 1)$                                                                         |   |
| 2. Soit $T$ la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et $D$ le point d'affixe $d$ tel que $T(A) = D$ |                                                                                                                           |                                                                                       |
| 0.5 pt                                                                                                      | 2.a. Vérifier que $d = b(b + \bar{b})$ et déduire que les points $O$ , $B$ et $D$ sont alignés.                           |  |
| 0.5 pt                                                                                                      | 2.b. Déduire que $\arg(d) \equiv \frac{\pi}{12} [2\pi]$                                                                   |  |
| 0.5 pt                                                                                                      | 3.a. Vérifier que $\frac{a-c}{d} = (2 - \sqrt{3})i$<br>et déduire que les droites $(AC)$ et $(OD)$ sont perpendiculaires. |  |



0.5 pt

3.b. Montrer que le quadrilatère  $OCDA$  est un losange.**Exercice 3 (2.5 points) :**

Une urne contient cinq boules blanches, quatre boules noires et deux boules vertes.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

On considère les événements suivants :

$A$  : « Les trois boules tirées sont de même couleur. »

$B$  : « Tirer au moins une boule verte. »

0.5 pt

1.a. Montrer que  $p(A) = \frac{14}{165}$ 

0.5 pt

1.b. Calculer  $p(\overline{B})$ , la probabilité de l'événement contraire de  $B$   
 et déduire que  $p(B) = \frac{27}{55}$



0.5 pt

2. Calculer la probabilité  $p(A \cup B)$ .

3. On considère la variable aléatoire  $X$  qui associe à chaque tirage le nombre de boules vertes tirées.

0.75 pt

3.a. Copier et compléter le tableau ci-dessous, qui représente la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$



|              |   |   |   |
|--------------|---|---|---|
| $x_i$        | 0 | 1 | 2 |
| $p(X = x_i)$ |   |   |   |



0.25 pt

3.b. Montrer que l'espérance de la variable aléatoire  $X$  est  $E(X) = \frac{6}{11}$



### Problème (11 points) :

#### Partie I :

On considère les fonctions numériques  $g$  et  $h$  définies sur  $]0, +\infty[$  par :

$$g(x) = 1 - \ln x \text{ et } h(x) = x^2 e^{x-1}$$

0.5 pt

1.a. Calculer  $g(1)$  et  $h(1)$

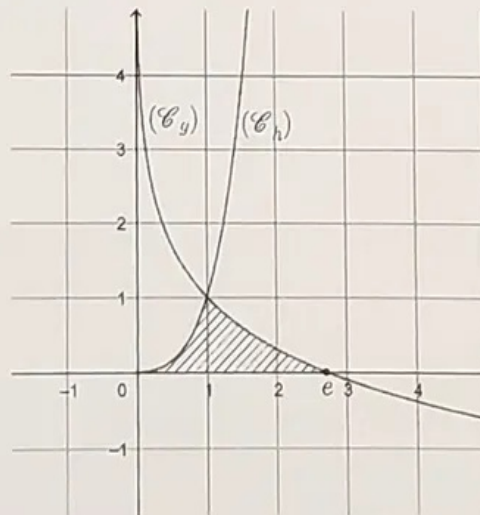


0.5 pt

1.b. Résoudre l'équation  $g(x) = 0$  dans l'intervalle  $]0, +\infty[$



2. Le graphique ci-dessous représente les courbes  $(\mathcal{C}_g)$  et  $(\mathcal{C}_h)$  des fonctions  $g$  et  $h$  dans un même repère orthonormé.



0.5 pt

2.a. Justifier graphiquement que :  
 pour tout  $x$  de  $]0, 1[ : h(x) - g(x) < 0$   
 et pour tout  $x$  de  $]1, +\infty[ : h(x) - g(x) > 0$



|        |                                                                                  |        |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------|--------|
| الصفحة | موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 -                  | NS 22F |
| 8 / 6  | مادة : الرياضيات - مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية) |        |

|        |                                                                                            |                                                                                     |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5 pt | 2.b. En utilisant une intégration par parties, montrer que :<br>$\int_1^e g(x) dx = e - 2$ |  |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|

|         |                                                                                                                                                                |                                                                                     |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.75 pt | 2.c. Vérifier que la fonction $H : x \mapsto e^{x-1}(x^2 - 2x + 2)$ est une primitive de la fonction $h$ sur $]0, +\infty[$ , puis calculer $\int_0^1 h(x) dx$ |  |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|

|        |                                                                                          |                                                                                     |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5 pt | 2.d. Calculer l'aire du domaine hachuré sur le graphique précédent.<br>(en unité d'aire) |  |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|

**Partie II :** On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = e^{x-1} - \frac{\ln x}{x}$   
Soit  $(\mathcal{C}_f)$  sa courbe dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

|        |                                                                                                                |                                                                                       |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5 pt | 1.a. Vérifier que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ,<br>puis interpréter géométriquement ce résultat. |  |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|

|         |                                                                 |                                                                                       |
|---------|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.25 pt | 1.b. Vérifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ |  |
|---------|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|

|        |                                                                                                                             |                                                                                       |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5 pt | 1.c. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ,<br>puis interpréter géométriquement ce résultat. |  |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|

|         |                                                                                      |                                                                                       |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.75 pt | 2.a. Montrer que pour tout $x$ de $]0, +\infty[$ , $f'(x) = \frac{h(x) - g(x)}{x^2}$ |  |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|



0.5 pt

2.b. Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $]0, +\infty[$   
 (On peut utiliser la question 2.a de la partie I.)



0.5 pt

2.c. Déduire que pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$ ,  $e^{x-1} \geq 1 + \frac{\ln x}{x}$



0.75 pt

3. Montrer que l'équation  $f(x) = x$  admet une solution  $\alpha$  tel que :  
 $\frac{3}{2} < \alpha < 2$  (On donne  $f(2) \approx 2,37$  et  $f(\frac{3}{2}) \approx 1,38$ )



4. Soit  $\varphi$  la restriction de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1, +\infty[$

0.5 pt

4.a. Montrer que  $\varphi$  admet une fonction réciproque  $\varphi^{-1}$  définie sur  
 un intervalle  $J$  que l'on déterminera .  
 (L'expression  $\varphi^{-1}(x)$  n'est pas demand  e.)

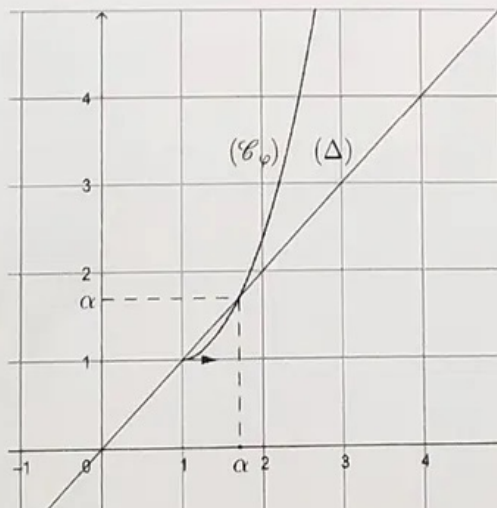


0.25 pt

4.b. Justifier que la fonction  $\varphi^{-1}$  est strictement croissante  
 sur l'intervalle  $J$



5. Le graphique ci-dessous représente la courbe  $(\mathcal{C}_\varphi)$  de la fonction  $\varphi$  et la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = x$  dans un repère orthonormé.



0.5 pt

5.a. Justifier graphiquement que pour tout  $x$  de  $[1, \alpha]$  :  $\varphi(x) \leq x$ 

0.5 pt

5.b. Déduire que pour tout  $x$  de  $[1, \alpha]$  :  $\varphi^{-1}(x) \geq x$ 

0.5 pt

5.c. Reproduire la courbe  $(\mathcal{C}_\varphi)$  et tracer la courbe  $(\mathcal{C}_{\varphi^{-1}})$  de la fonction  $\varphi^{-1}$  dans un même repère orthonormé.**Partie III :**

Soit la suite numérique  $(u_n)$  définie par  $u_0 \in ]1, \alpha[$  et  $u_{n+1} = \varphi^{-1}(u_n)$ , pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

0.5 pt

1. Montrer par récurrence que  $1 < u_n < \alpha$ , pour tout entier naturel  $n$ .

0.5 pt

2. Montrer que la suite  $(u_n)$  est croissante.  
 (On peut utiliser la question 5.b de la partie II.)



0.75 pt

3. En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente et déterminer sa limite.