الصفحة 1/5	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2024 -الموضوع-	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للتقويم والامتحانات
**|		
α	SSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSSS NS 24F	

4h	مدة الإنجاز	المادة
	الرياضيات	
9	المعامل	الشعبة المسلك
	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse ……..……..…(7.5 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte à l'analyse ……..……..…(2.5 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte aux nombres complexes.....….(3.5 pts)
- L'EXERCICE5 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte à l'arithmétique …….....(3 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR

EXERCICE1 :(7.5 points)

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $[1,+\infty[$ par :

$$f(1)=\frac{1}{2} \text{ et pour tout } x\in]1,+\infty[\ , \quad f(x)=\frac{\ln(x)}{x^2-1}$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$

0.5 1- Montrer que f est continue à droite en 1

0.5 2- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.25 3- a) Soit $x\in]1,+\infty[$

En posant : $t=(x-1)^2$, vérifier que : $\dfrac{1-x+\ln(x)}{(x-1)^2}=\dfrac{-\sqrt{t}+\ln(1+\sqrt{t})}{t}$

0.5 b) Montrer que $\left(\forall t\in]0,+\infty[\right)$, $-\dfrac{1}{2}<\dfrac{-\sqrt{t}+\ln\left(1+\sqrt{t}\right)}{t}<\dfrac{-1}{2(1+\sqrt{t})}$

(On pourra utiliser le théorème des accroissements finis sur l'intervalle $[0;t]$)

0.25 c) En déduire que : $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1-x+\ln(x)}{(x-1)^2}=-\dfrac{1}{2}$

0.5 4- a) Montrer que : $\forall x\in]1,+\infty[$, $\dfrac{f(x)-\frac{1}{2}}{x-1}=-\dfrac{\ln(x)}{x-1}\times\dfrac{1}{2(x+1)}+\dfrac{\ln(x)-x+1}{2(x-1)^2}$

0.5 b) En déduire que f est dérivable à droite en 1 puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

5- Pour tout $x\in[1,+\infty[$ on pose $I(x)=\int_1^x\dfrac{t^2-1}{t^3}dt$ et $J(x)=\int_1^x\dfrac{t^2-1}{t^2}dt$

0.5 a) Montrer que : $\forall x\in[1,+\infty[,\ 0\le I(x)\le J(x)$

0.5 b) Montrer que pour tout $x\in[1,+\infty[$, $I(x)=\ln(x)-\dfrac{x^2-1}{2x^2}$ et $J(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x}$

0.5 c) Montrer que : $\forall x\in]1,+\infty[,\ f'(x)=\dfrac{-2}{(x+1)^2}\times\dfrac{I(x)}{J(x)}$

0.5 d) En déduire que : $\forall x\in]1,+\infty[,\ -\dfrac{1}{2}\le f'(x)\le 0$

0.25 6- a) Dresser le tableau de variations de la fonction f

0.5 b) Tracer la courbe (C) (On prendra $\left\|\vec{i}\right\|=1\text{cm}$ et $\left\|\vec{j}\right\|=2\text{cm}$)

0.5 7- Montrer que l'équation $f(x)=x-1$ admet une unique solution a dans $]1,2[$

8- Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par :

$$a_0\in[1,+\infty[\quad \text{et} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}, \quad a_{n+1}=1+f(a_n)$$

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR

0.5 a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}),\ |a_{n+1} - a| \leq \frac{1}{2}|a_n - a|$

0.5 b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}),\ |a_n - a| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a_0 - a|$

0.25 c) En déduire que la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

EXERCICE2 :(2.5 points)

Soit F la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0;1]$ par : $F(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$

0.5 1-a) Montrer que F est continue, strictement croissante sur $[0;1]$

0.5 b) En déduire que F est une bijection de $[0;1]$ vers $[0;\beta]$ avec $\beta = \int_0^1 e^{t^2} dt$

2- On note F^{-1} la bijection réciproque de F

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose : $S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n} F^{-1}\left(\frac{k}{n}\beta\right)$

0.5 a) Montrer que la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est convergente de limite $\ell = \frac{1}{\beta}\int_0^\beta F^{-1}(t)dt$

0.5 b) Montrer que $\ell = \frac{1}{\beta}\int_0^1 u\, e^{u^2} du$

(On pourra effectuer le changement de variable $u = F^{-1}(t)$)

0.5 c) En déduire que : $\ell = \frac{e-1}{2\beta}$

EXERCICE3 : (3.5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z

$$(E_\alpha):\ z^2 - 2iz + \alpha = 0 \qquad \text{où } \alpha \in \mathbb{C}$$

Partie I :

0.25 1-a) Montrer que le discriminant de l'équation (E_α) est $\Delta = -4(1+\alpha)$

0.25 b) Déterminer l'ensemble des valeurs α pour lesquelles l'équation (E_α) admette dans l'ensemble $\mathbb{C}$ deux solutions distinctes.

0.5 2- On note z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E_α).

Déterminer $z_1 + z_2$ et $z_1 z_2$

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR

Partie II :

Soient Ω , M_1 et M_2 les points d'affixes respectivement α , z_1 et z_2

1- On suppose que $\alpha = m^2 - 2m$ avec $m \in \mathbb{R}$

0.5 a) Déterminer z_1 et z_2 en fonction de m

0.25 b) En déduire que les points O , M_1 et M_2 sont alignés.

2-On suppose que les points O , M_1 et M_2 ne sont pas alignés.

0.25 a) Montrer que $\frac{z_1}{z_2}$ est un imaginaire pur si et seulement si $Re\left(z_1\overline{z_2}\right) = 0$

0.5 b) Montrer que : $|z_1 - z_2|^2 = |z_1 + z_2|^2 - 4\,Re\left(z_1\overline{z_2}\right)$

0.25 c) En déduire que $\frac{z_1}{z_2}$ est un imaginaire pur si et seulement si $|z_1 - z_2| = 2$

0.25 3-a) Montrer que : $(z_1 - z_2)^2 = \Delta$

0.5 b) Déterminer l'ensemble Γ des points Ω pour que le triangle OM_1M_2 soit rectangle en O

EXERCICE4 : (3.5 points)

On considère dans $\mathbb{C}\times\mathbb{C}^*$ la loi de composition interne T définie par :

$$\forall\left((a,b),(c,d)\right) \in \left(\mathbb{C}\times\mathbb{C}^*\right)^2 \; ; \; (a,b)T(c,d) = \left(a\overline{d} + c,\, bd\right)$$

($\overline{d}$ étant le conjugué du nombre complexe d)

0.5 1-a) Vérifier que $(i,2)T(1,i) = (2,2i)$, puis calculer $(1,i)T(i,2)$

0.25 b) En déduire que la loi T n'est pas commutative dans $\mathbb{C}\times\mathbb{C}^*$

0.5 2- Montrer que la loi T est associative dans $\mathbb{C}\times\mathbb{C}^*$

0.25 3- Vérifier que $(0,1)$ est l'élément neutre pour T dans $\mathbb{C}\times\mathbb{C}^*$

0.5 4-a) Vérifier que $\forall(a,b) \in \mathbb{C}\times\mathbb{C}^*$; $(a,b)T\left(-\frac{a}{\overline{b}}\,,\,\frac{1}{b}\right) = (0,1)$

0.5 b) Montrer que $\left(\mathbb{C}\times\mathbb{C}^*,\, T\right)$ est un groupe non commutatif.

0.5 5-a) Montrer que $\mathbb{R}\times\mathbb{R}^*$ est stable par la loi de composition interne T

0.5 b) Montrer que $\mathbb{R}\times\mathbb{R}^*$ est un sous-groupe du groupe $\left(\mathbb{C}\times\mathbb{C}^*,\, T\right)$

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR

EXERCICE5 :(3 points)

Soient p et q deux nombres premiers distincts et r un entier naturel premier avec p et avec q

1 — 1- a) Montrer que p divise $r^{p-1}-1$ et que q divise $r^{q-1}-1$

0.5 — b) En déduire que p et q divisent $r^{(p-1)(q-1)}-1$

0.5 — c) Montrer que pq divise $r^{(p-1)(q-1)}-1$

1 — 2- Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $2024^{192}x \equiv 3 \quad [221]$ (On donne : $221 = 13 \times 17$)

FIN

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR