

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة الاستدراكية 2021
- عناصر الإجابة -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

RR 24F

4h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

Exercice 1	Éléments de solutions	Barème
Partie I	a) f est continue sur I	0.25
	b) f est strictement décroissante sur I	0.25
	c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$	0.25
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	0.25
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$	0.25
	d) La droite d'équation $x = 1$ est une asymptote verticale pour la courbe (C).....	0.25
	L'axe des abscisses est une direction asymptotique pour la courbe (C).....	0.25
	e) Le tableau de variations de f .	0.25
	a) On a : $\forall x \in I \quad f''(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} (< 0)$, donc la courbe (C) est concave.	0.25
	b) La représentation graphique de la courbe (C).	0.25
Partie II	a) f est continue et strictement décroissante sur I donc f est une bijection de I vers $f(I) = \mathbb{R}$.	0.25
	b) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f^{-1}(x) = 1 - e^x$	0.25
	c) Vérification.	0.25
1-	On applique le théorème de la bijection à la fonction	0.5



الصفحة		RR 24F		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - عناصر الإجابة	
2		4		- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	
				$x \mapsto P_n(x) - 1$ sur l'intervalle $[0;1]$.	
2-		$P_2(x) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$, on trouve $\alpha = \sqrt{3} - 1 \dots\dots$		0.25	
		$0 < \sqrt{3} - 1 < 1 \dots\dots\dots$		0.25	
3-		a)	$P_{n+1}(x_n) = 1 + \frac{x_n^{n+1}}{n+1} (>1)$	0.5	
		b)	Pour $n \geq 2$, on a : $P_{n+1}(x_n) > 1 \Rightarrow x_n > x_{n+1}$, donc la suite $(x_n)_{n \geq 2}$ est strictement décroissante.	0.5	
		c)	La suite $(x_n)_{n \geq 2}$ est strictement positive (D'après II-1-), de plus elle est strictement décroissante donc majorée par son premier terme α .	0.25	
		d)	la suite $(x_n)_{n \geq 2}$ est strictement décroissante et minorée par 0, donc elle est convergente.	0.25	
4-		a)	$\forall x \in I \quad P'_n(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} = \frac{1-x^n}{1-x}$ donc $\forall x \in I \quad f'_n(x) = \frac{-x^n}{1-x}$	0.5	
		b)	$\forall x \in [0, \alpha]; \forall n \geq 2 \quad f'_n(x) \leq \frac{ x ^n}{1-x} \leq \frac{\alpha^n}{1-x} \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$	0.25	
		c)	On a : $\forall t \in [0, \alpha] \quad f'_n(t) \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$, donc pour $x \in [0, \alpha]$ on a d'après l'inégalité de la moyenne : $\left \int_0^x f'_n(t) dt \right \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha} \cdot x$. Or $x \leq \alpha < 1$ on obtient : $ f_n(x) \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$ On peut aussi appliquer l'inégalité des accroissements finis	0.5	



الصفحة	3	RR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

	d)	On a : $x_n \in [0, \alpha]$ donc $ f_n(x_n) \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$ c'est à dire $ f(x_n) + P_n(x_n) \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$ ou encore : $ f(x_n) + 1 \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}$	0.5
	e)	On utilise l'encadrement de la question II-4-d). On a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\alpha^n}{1-\alpha} = 0$ ($0 < \alpha < 1$) donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = -1$. D'où : $\lim x_n = \lim f^{-1}(f(x_n)) = f^{-1}(-1) = 1 - e^{-1}$ (f^{-1} est continue sur $\mathbb{R}$).	0.5

Exercice 2	Éléments de solutions		barème
1-	a)	F est positive sur $\mathbb{R}^+$ et négative sur $\mathbb{R}^-$.	0.5
	b)	F est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a : $\forall x \in \mathbb{R} \quad F'(x) = e^{\frac{x^2}{2}}$.	0.5x2
2-	a)	Intégration par parties.	0.5
	b)	$\int_0^1 F(x) dx = \sqrt{e} - 1$	0.5
3-	a)	Vérification.	0.5
	b)	On a : $\sum_{k=0}^{k=n-1} (n-k) F\left(\frac{k+1}{n}\right) = \sum_{k=1}^{k=n} (n-k+1) F\left(\frac{k}{n}\right) = \sum_{k=1}^{k=n} (n-k) F\left(\frac{k}{n}\right) + \sum_{k=1}^{k=n} F\left(\frac{k}{n}\right)$ On en déduit le résultat : $u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} F\left(\frac{k}{n}\right) - F(0) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} F\left(\frac{k}{n}\right)$	0.5
	c)	La suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est convergente..... $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \int_0^1 F(x) dx = \sqrt{e} - 1$	0.25 0.25



الصفحة	4	RR 24F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)
4			

EXERCICE3	Indications de solutions	Barème
1-	a) Vérification	0.5
	b) $z_1 = m$ et $z_2 = -i$	0.5
	c) Forme exponentielle de $z_1 + z_2$ dans le cas $m = e^{i\frac{\pi}{8}}$	0.75
2-	a) L'affixe de M' est : $-\overline{m}$	0.5
	b) L'affixe de N est $n = -\overline{m} + 2 + i$	0.75
	c) L'équivalence	1

Exercice 4	Éléments de solutions	Barème
1-	a) On a : $p \mid A$ et $(a-1)A = a^7 - 1$ Dédution : $\forall n \in \mathbb{N} \quad a^{7n} \equiv 1 \pmod{p}$	0.5 0.5
	b) On applique le théorème de Bezout ou toute méthode juste..... Dédution : On utilise le théorème de Fermat	0.5 0.5
2-	a) On a : $7 \nmid p-1$ donc $7 \wedge (p-1) = 1$ et on applique le théorème de Bezout	0.5
	b) $a \equiv 1 \pmod{p} \Rightarrow A \equiv 7 \pmod{p} \Rightarrow p \mid 7 \Rightarrow p = 7$	0.5
3-	p est un nombre premier impair tel que : $p \mid A$. On a deux cas : Si $7 \mid p-1$ alors $p \equiv 1 \pmod{7}$ Si $7 \nmid p-1$ alors $p = 7$	1

