



الرياضيات

المادة

4

مدة الإنجاز

9

المعامل

شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)

الشعبة أو المسلك

| 3.5 نقط | التمرين الأول                                                                                                                                                        |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5     | 1- تطبيق الخاصية المميزة لزمرة جزئية                                                                                                                                 |
| 0.5     | 2- التحقق                                                                                                                                                            |
| 0.25    | 3- (أ) تعريف تشاكل                                                                                                                                                   |
| 0.25    | (ب) الإشارة إلى أن: $(\mathbb{Z}^*, ')$ زمرة تبادلية و $\mathbb{Z}$ تشاكل                                                                                            |
| 0.25    | الإشارة إلى أن: $\mathbb{Z}(\mathbb{Z}^*) = E^*$                                                                                                                     |
| 0.25    | 1 هو العنصر المحايد في $(\mathbb{Z}^*, ')$ و $\mathbb{Z}(1) = M(1,0)$                                                                                                |
| 0.25    | 4- $(E, +)$ زمرة تبادلية عنصرها المحايد $O = M(0,0)$ حسب السؤال 1-<br>و $(E^*, ')$ زمرة تبادلية حسب السؤال 3-ب)<br>القانون " ' " توزيعي بالنسبة للقانون " + " في $E$ |
| 0.5     | 5- (أ) $A' M(x,y) = O = M(0,0)$                                                                                                                                      |
| 0.5     | (ب) برهان بالخلف أو أية طريقة صحيحة أخرى                                                                                                                             |

| 3 نقط | التمرين الثاني                                                                     |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------|
|       | الجزء الأول                                                                        |
| 0.25  | 1- الانطلاق من $[173] : b^3 - a^3$ و ملاحظة أن 57 عدد فردي                         |
| 0.25  | 2- 173 يقسم $a$ إذن يقسم $a^3$ اذن يقسم $a^3 - (a^3 + b^3) = b^3$ و بما أن 173 عدد |



|              |                                                                                  |      |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------|------|
|              | أولي فإنه يقسم $b$ و العكس صحيح لأن $a$ و $b$ لهما نفس الدور                     |      |
| -3           | 173 يقسم $a$ إذن حسب السؤال 2- يقسم أيضا $b$ و منه 173 يقسم $a + b$              | 0.25 |
| -4           | (أ) - 173 عدد أولي و لا يقسم $a$ إذن أولي مع $a$                                 | 0.25 |
|              | - حسب السؤال 2- فإن 173 أولي أيضا مع $b$                                         |      |
|              | - تطبيق مبرهنة فيرما بالنسبة للعدد $a$ ثم بالنسبة للعدد $b$ .                    | 0.25 |
| (ب)          | استعمال نتيجتي السؤالين 1- و 4- (أ)                                              | 0.5  |
| (ج)          | تطبيق مبرهنة كوص أو أية طريقة صحيحة أخرى                                         | 0.5  |
| الجزء الثاني |                                                                                  |      |
| -1           | التحقق                                                                           | 0.25 |
| -2           | مجموع عددين صحيحين يساوي 1 نستنتج أن $k = 1$                                     | 0.25 |
|              | حلي المعادلة $(E)$ في $\mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$ : $(86,87)$ و $(87,86)$ | 0.25 |

| 3.5 نقط | التمرين الثالث                                                                                                                                     |        |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 0.5     | اثبات المتساوية                                                                                                                                    | -1 (أ) |
| 0.5     | شرط تداور أربع نقط                                                                                                                                 |        |
| 0.5     | في هذه الحالة لدينا : $z = \frac{ z_1 ^2}{\text{Re}(z_1)}$ ، خ                                                                                     | -2     |
| 0.5     | $z_2 = e^{ia} z_1$                                                                                                                                 | -3 (أ) |
| 0.5     | حسب السؤالين 1- و 3- (ب) فإن: $\left  \frac{z_1 - z}{z_2 - z} \right  = 1$ أو أية طريقة صحيحة أخرى                                                 |        |
| 0.5     | الإنطلاق من : $z_1 + z_2 = \frac{e^{iq} + 1}{6}$ و $z_1 z_2 = \frac{e^{iq} - 1}{6}$ و $z = \frac{2z_1 z_2}{z_1 + z_2}$                             | -4 (أ) |
| 0.5     | مع $0 < \frac{q}{2} < \frac{p}{2}$ $z = 2 \frac{e^{iq} - 1}{e^{iq} + 1} = 2i \tan \frac{q}{2} = 2 \tan \frac{q}{2} e^{i \frac{p}{2}} = \dots\dots$ |        |
|         |                                                                                                                                                    | (ب)    |



| التمرين الرابع      |                                                                               | 7 نقط  |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------|
| <u>الجزء الأول:</u> |                                                                               |        |
| 0.25                | - تطبيق مبرهنة التزايد المتناهية                                              | -1     |
| 0.25                | - الحصول على $e^q = \frac{x}{1 - e^{-x}}$                                     |        |
| 0.25                | لدينا: $1 < e^q = \frac{x}{1 - e^{-x}}$ و $0 < q < x$                         | (أ) -2 |
| 0.25                | لدينا: $e^q = \frac{x}{1 - e^{-x}} < e^x$ و $0 < q < x$                       | (ب)    |
| 0.25                | لدينا: $q = \ln \frac{xe^x}{e^x - 1}$ و $0 < q < x$                           | (ج)    |
| <u>الجزء الثاني</u> |                                                                               |        |
| 0.5                 | اتصال الدالة على اليمين في 0                                                  | (أ) -1 |
| 0.25                | اثبات النهاية                                                                 | (ب)    |
| 0.25                | التأويل المبياني                                                              |        |
| 0.25                | اثبات المتفاوتة: اعتبار الجواب صحيح و لو لم يتطرق المترشح للحالة: $x = 0$     | (أ) -2 |
| 0.5                 | اثبات المتفاوتة المزدوجة                                                      | (ب)    |
| 0.5                 | التحقق                                                                        | (أ) -3 |
| 0.5                 | استنتاج النهاية                                                               | (ب)    |
| 0.25                | الدالة قابلة للاشتقاق على اليمين في 0                                         |        |
| 0.25                | قابلية اشتقاق الدالة على المجال $]p, +\infty[$                                | (أ) -4 |
| 0.5                 | حساب $f'(x)$                                                                  |        |
| 0.5                 | الاستنتاج                                                                     | (ب)    |
| <u>الجزء الثالث</u> |                                                                               |        |
| 0.5                 | البرهان بالترجع                                                               | -1     |
| 0.25                | المتتالية تناقصية باستعمال نتيجة السؤال 2-ج) من الجزء الأول أو أية طريقة أخرى | -2     |



|      |                                                                                              |    |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 0.25 | المتتالية متقاربة                                                                            |    |
| 0.25 | 0 هو الحل الوحيد باستعمال نتيجة السؤال 2-ج) من الجزء الأول و $\ln(f(0))=0$ أو أية طريقة أخرى | -3 |
| 0.25 | نهاية المتتالية                                                                              |    |

| 3 نقط | التمرين الخامس                                                                                                        |     |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 0.5   | الدالة $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}}$ موجبة إذن الإشارة حسب $0 < x \leq \ln 2$ أو $x^3 \ln 2$                   | -1  |
| 0.25  | الدالة $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}}$ متصلة على المجال $I$ أدن.....                                             | (ب) |
| 0.25  | حساب الدالة المشتقة الأولى.                                                                                           |     |
| 0.25  | الدالة $F$ تزايدية قطعاً على المجال $I$                                                                               | (ج) |
| 0.5   | حساب التكامل بتقنية تغيير المتغير و لا تقبل أية طريقة أخرى                                                            | -2  |
| 0.25  | حساب النهاية الأولى                                                                                                   | (ب) |
| 0.25  | حساب النهاية الثانية                                                                                                  |     |
| 0.25  | الدالة تقابل من $I$ نحو $\left] \frac{p}{2}, \frac{p}{2} \right[$ (تمنح النقطة كاملة و لو أخطأ المترشح في تحديد $J$ ) | -3  |
| 0.5   | الاكتفاء بتحديد الصيغة: $F^{-1}(x) = \ln \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2} + \frac{p}{4}}$ أو أية صيغة أخرى صحيحة           | (ب) |

