الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- الموضوع -

RS 25

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)	المعامل	9

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 5 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte aux structures algébriques…….(4 pts)
- Le deuxième exercice se rapporte à l'arithmétique et au calcul des probabilités……..……..(3 pts)
- Le troisième exercice se rapporte aux nombres complexes…….(3pts)
- Le quatrième exercice se rapporte à l'analyse…….....(6 pts)
- Le cinquième exercice se rapporte à l'analyse……..……(4 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR

EXERCICE1:(4 points)

Première partie: On munit $\mathbb{R}$ de la loi de composition interne $*$ définie par :

$$(\forall (x,y)\in\mathbb{R}^2) \quad x*y = x+y-e^{xy}+1$$

0.25 1-a) Montrer que la loi $*$ est commutative dans $\mathbb{R}$

0.5 b) Montrer que la loi $*$ admet un élément neutre que l'on déterminera.

0.5 2- Sachant que l'équation : $3+x-e^{2x}=0$ admet dans $\mathbb{R}$ deux solutions distinctes a et b .

Montrer que la loi $*$ n'est pas associative dans $\mathbb{R}$

Deuxième partie :On rappelle que $(M_2(\mathbb{R}),+,\times)$ est un anneau unitaire non commutatif d'unité

$I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ et que $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$ est un espace vectoriel réel et que $(\mathbb{R}^*,\times)$ est un groupe commutatif.

Pour tout x et y réels, on pose : $M(x,y)=\begin{pmatrix}x & -2y\\ \frac{y}{2} & x\end{pmatrix}$ et soit $F=\{M(x,y)/(x,y)\in\mathbb{R}^2\}$

0.5 1- Montrer que F est un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel réel $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$

0.5 2- Montrer que F est stable dans $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

3- On considère l'application j de $\mathbb{R}^*$ dans F qui associe à tout nombre complexe $x+iy$ (où x et y sont deux réels) la matrice $M(x,y)$.

0.5 a) Montrer que j est un homomorphisme de $(\mathbb{R}^*,\times)$ vers $(F,\times)$

0.25 b) On pose : $F^*=F-\{M(0,0)\}$. Montrer que $j(\mathbb{R}^*)=F^*$

0.25 c) Montrer que $(F^*,\times)$ est un groupe commutatif.

0.75 4- Montrer que $(F,+,\times)$ est un corps commutatif.

EXERCICE2: (3 points)

0.5 I-1- a étant un entier, montrer que si a et 13 sont premiers entre eux alors $a^{2016}\equiv 1\ [13]$

2- On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation (E): $x^{2015}\equiv 2\ [13]$ et soit x une solution de l'équation (E).

0.5 a) Montrer que x et 13 sont premiers entre eux.

0.5 b) Montrer que : $x\equiv 7\ [13]$

0.5 3- Montrer que l'ensemble des solutions de l'équation (E) est $S=\{7+13k/k\in\mathbb{Z}\}$

II-Une urne contient 50 boules portant les numéros de 1 à 50(les boules sont indiscernables au toucher)

0.5 1- On tire au hasard une boule de l'urne.

Quelle est la probabilité d'obtenir une boule portant un numéro qui est solution de l'équation (E) ?

0.5 2- On tire au hasard une boule de l'urne, on note son numéro, puis on la remet dans l'urne. On répète l'expérience précédente 3 fois .Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois une boule portant un numéro qui est solution de l'équation (E) ?

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR

EXERCICE3:(3 points)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation suivante: $(E): z^2 - (1+i)z + 2 + 2i = 0$

0.25 1-a)Vérifier que $(1-3i)^2$ est le discriminant de l'équation (E)

0.5 b) Déterminer z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E) dans l'ensemble $\mathbb{C}$ (on prendra z_1 imaginaire pur)

0.5 c) Montrer que: $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}e^{i\frac{3p}{4}}$

2- Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct.

On considère le point A d'affixe z_1 et le point B d'affixe z_2

0.25 a)Déterminer le nombre complexe e affixe du point E milieu du segment $[AB]$

0.5 b) Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{-p}{2}$ et soit c l'affixe du point C image du point E par la rotation r. Montrer que : $c = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$

1 c) On considère D le point d'affixe $d = 1 + \frac{3}{2}i$. Montrer que le nombre $\frac{z_2 - d}{c - d} \times \frac{c - z_1}{z_2 - z_1}$ est réel puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

EXERCICE4 :(6 points)

Soit n un entier naturel non nul .

On considère la fonction f_n à variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par: $f_n(x) = \frac{1}{1+e^{-\frac{3}{2}(x-n)}}$

Soit (C_n) la courbe représentative de la fonction f_n dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.75 1-a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f_n(x)$, puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.

0.75 b)Montrer que la fonction f_n est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis calculer $f_n'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0.25 c)Montrer que la fonction f_n est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

0.5 2-a)Montrer que le point $I_n\left(n,\frac{1}{2}\right)$ est le centre de symétrie de la courbe (C_n)

0.5 b) Construire la courbe (C_1) .

0.75 c) Calculer l'aire de la surface plane limitée par la courbe et les droites d'équations: $x = 0, x = 1$ et $y = 0$

0.75 3-a)Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, montrer que l'équation $f_n(x) = x$ admet une solution unique u_n dans

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR

l'intervalle $]0,n[$.

0.5 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f_{n+1}(x) < f_n(x)$

0.75 c) Monter que la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est strictement décroissante et en déduire qu'elle est convergente.

0.5 d) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

EXERCICE5:(4 points)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}^*$ par: $g(x) = \int_x^{3x} \frac{\cos t}{t} dt$

0.5 1-Montrer que la fonction g est paire.

0.75 2-Montrer que la fonction g est dérivable sur $]0,+\infty[$ puis calculer $g'(x)$ pour $x > 0$

0.5 3-a) En utilisant une intégration par parties, vérifier que:

$$\int_x^{3x} \frac{\cos t}{t} dt = \frac{\sin 3x - 3\sin x}{3x} + \int_x^{3x} \frac{\sin t}{t^2} dt$$

0.75 b) Montrer que: $(\forall x > 0) \quad |g(x)| \leq \frac{2}{x}$, puis en déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

0.5 4-a) Montrer que: $(\forall x > 0) \quad 0 \leq \int_x^{3x} \frac{1 - \cos t}{t} dt \leq 2x$

(Remarquer que : $(\forall t > 0) \; 1 - \cos t \leq t$)

0.5 b) Vérifier que: $(\forall x > 0) \quad g(x) - \ln 3 = \int_x^{3x} \frac{\cos t - 1}{t} dt$

0.5 c) En déduire $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$

FIN

MonBac.ma
Preparation au Baccalaureat marocain
Annales officielles, examens blancs, corrections detaillees et IA educative pour comprendre tes erreurs, progresser et etre pret le jour du Bac.
Voir la correction ->
Scanne ce QR